

### モード特性を利用した梁の曲げ剛性評価手法とその損傷同定への適用に関する基礎的研究

徳島大学大学院 学生員 ○金田 泰明 徳島大学大学院 フェロー 成行 義文  
 四国建設コンサルタント 正会員 豊崎 裕司 徳島大学大学院 正会員 井上 貴文  
 徳島大学大学院 正会員 源 貴志

**1.はじめに** 既設橋梁の損傷前後におけるモード特性の変化を利用した損傷同定法が、現行の橋梁点検における目視・打音点検の問題点を補う手法として注目されている。本研究では、損傷を剛性の低下と定義し、単純梁のモード特性から剛性分布を推定する手法を提案した。本手法は、任意の荷重に対する曲げモーメントと曲率の関係に着目したものであり、要素分割数、剛性低下位置、ならびに剛性低下率等の相違が剛性分布算定精度に及ぼす影響等について検討した。

**2. 曲げ剛性の評価手法** 剛性評価の基礎式として式(1)に示す曲率と曲げの関係式を用い、曲げモーメント  $M$  を曲率  $\kappa$  で除すことにより曲げ剛性  $EI$  を求める。ここで、曲率は計測した鉛直変位(たわみ)の2階微分により求めることができるが、曲げモーメントを求めるためには鉛直変位が生じているときの荷重を求める必要があり、非常に困難である。そこで、曲げモーメントおよび変位を求めるために、モード特性(固有円振動数やモード形)をインプットデータとした直線梁の固有値問題を表す式(2)を利用する。

式(2)の左辺の慣性項 $-\omega^2[M]\{\phi\}$ を移項すると式(3)のように動的問題の式は静的問題の式と見ることができる。即ち、剛性 $[K]$ の構造物に力 $\omega^2[M]\{\phi\}$ が作用するとき、変位 $\{\phi\}$ が生じていると考えることができ、単純梁に荷重 $\omega^2[M]\{\phi\}$ を作用させたときに生じる曲げモーメントと、その時に生じるたわみから求めた曲率から、剛性を算定することが可能になる。

$$\kappa = \frac{M}{EI} \tag{1}$$

$$-\omega^2[M]\{\phi\} + [K]\{\phi\} = \{0\} \tag{2}$$

$$[K]\{\phi\} = \omega^2[M]\{\phi\} \tag{3}$$

ここで  $\omega$  : 固有円振動数  
 $\kappa$  : 曲率  $[M]$  : 質量行列  
 $M$  : 曲げモーメント  $[K]$  : 剛性行列  
 $EI$  : 曲げ剛性  $\{\phi\}$  : 変位ベクトル

**3. 評価手法の検証** 2. で述べた曲げ剛性評価手法の妥当性を検証する。なお、本研究では既設橋の動的試験から入手した情報から1次モード特性が比較的精度よく同定できると仮定し、固有値解析から得られたモード特性を動的試験から得られたものとして解析を行う。

**3.1 解析モデル** 検証に使用する解析モデルは、図2のような等間隔に分割された二次元梁要素からなる単純梁とする。支間長 1.00m、断面積 $A = 0.0009m^2$ 、

断面二次モーメント $I = 6.75 \times 10^{-8}m^4$ である。また、物質特性は、質量密度 $\rho = 7.85 \times 10^3 kg/m^3$ 、弾性係数 $E = 2.06 \times 10^{11} N/m^2$ とし、拘束は節点1を回転支点、右端の節点11を移動支点とした。

**3.2 モード形と静的解析から求めた変位との比較** モード解析結果より得られた1次の固有振動数とモード形、および節点の質量を用いて式(4)により載荷重を計算する。なお、モード形は最大値が1となるように正規化して表している。

$$\omega^2[M]\{\phi\} = \{F\} \tag{4} \quad \text{ここで } \{F\} : \text{載荷重}$$

キーワード 単純梁, 1次モード, 剛性評価, 損傷同定

連絡先 〒770-8506 徳島県徳島市南常三島町2丁目1番地 徳島大学大学院ソシオテクノサイエンス研究部  
 成行 義文 Email : nariyuki@ce.tokushima-u.ac.jp

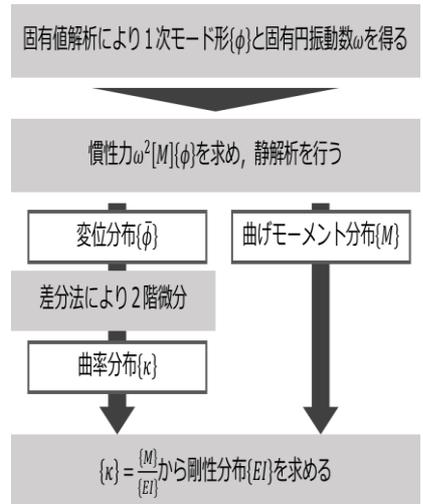


図1 剛性評価法フローチャート



図2 解析モデル

上で求めた荷重{F}を図2の単純梁に荷重したときの変位と、モード解析により求めたモード形の鉛直成分を表1に示す。これより、両者の値がほぼ等しいことから、固有値解析により得られたモード形を静的解析により求めた変位に置き換えられていると言える。

表1 モード形鉛直成分と変位成分

節点番号	1次モード(m)	
	モード形鉛直成分φ	静的解析より求めた変位成分y
1	0.000000	0.000000
2	0.098369	0.098368
3	0.187108	0.187108
4	0.257532	0.257531
5	0.302747	0.302746
6	0.318327	0.318326
7	0.302747	0.302746
8	0.257532	0.257531
9	0.187108	0.187108
10	0.098369	0.098368
11	0.000000	0.000000

**3.3 曲げ剛性の評価** 静的解析により求めた曲げモーメント、および変位分布の2階微分(差分法による)から求めた曲率分布を用いた曲げ剛性の算定結果を表2に示す。これらより明らかなように、計算された曲げ剛性の値は、設定値との誤差がすべて1.66%となり、節点位置にかかわらず同等な精度で算出できたことを示している。

表2 曲げ剛性評価結果

節点番号	曲げ剛性(Nm <sup>2</sup> )		
	解析値	設定値	誤差(%)
1	-	-	-
2	14135.69	13905	-1.66
3	14135.53	13905	-1.66
4	14135.65	13905	-1.66
5	14135.62	13905	-1.66
6	14135.61	13905	-1.66
7	14135.62	13905	-1.66
8	14135.65	13905	-1.66
9	14135.53	13905	-1.66
10	14135.69	13905	-1.66
11	-	-	-

**3.4 設定条件が曲げ剛性評価精度に及ぼす影響** (1) 要素分割数 モード形の鉛直成分と静的解析により求めた変位成分は、誤差0.00003%と非常に小さい値を示していることから、曲げ剛性の算定誤差1.66%は差分近似による誤差と考えられる。したがって、要素分割数の違いにより剛性算定誤差がどの程度になるかについて検討した。要素分割数と要素分割数毎の曲げ剛性評価誤差の最大値と平均値を表3に示すとおり、要素分割数80~100に最小値が現れたことから、要素分割数を100要素として検討を進める。

表3 曲げ剛性評価誤差

要素分割数	曲げ剛性算定誤差(%)	
	最大値	平均値
10	1.66	1.66
20	0.41	0.41
40	0.12	0.10
80	0.08	0.03
100	0.08	0.03
160	0.28	0.07
200	0.35	0.09

(2) 曲げ剛性分布が一定でない場合

曲げ剛性分布が一様ではなく、任意の位置において変化している場合の本手法の適用性について、表4に示すとおり、剛性変化位置、剛性変化箇所数、剛性変化程度を変えたケースを設定して検証する。解析結果のうち、剛性変化箇所数が最も多いD3の結果を図3に示す。図3より、剛性変化位置における節点の剛性の値は、隣接する要素剛性の平均値に近い値を示し、剛性変化位置以外における節点の剛性の値は、設定値に対して0.001~0.1%程度の誤差である。また、他のケースも同様な傾向を示す結果となった。このことから、任意の位置に剛性低下した要素がある場合でも同等の精度で算定できると言える。

表4 検証ケース

CASE	剛性低下要素	剛性低下率
D1	要素41~50	40%
D2	要素21~30	20%
	要素61~90	40%
D3	要素11~25	20%
	要素41~50	40%
	要素61~80	10%

**4. 損傷同定への適用** 2.で述べた評価手法を用いて、任意の構造物に対し、無損傷時の剛性と損傷時の剛性を求め、式(5)から剛性低下率を求めることにより、損傷同定が可能であると考えられる。表5は、表4の検証ケースにおいて損傷同定を行い、設定値と比較した際の剛性低下率および同定誤差を表している。この結果から、損傷同定においても、曲げ剛性評価手法とほぼ同等の精度で同定できると言える。

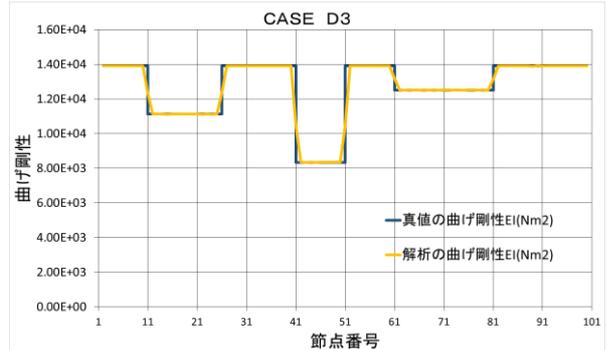


図3 曲げ剛性分布図

$$\text{剛性低下率} = \frac{\text{無損傷時の剛性} - \text{損傷時の剛性}}{\text{無損傷時の剛性}} \quad (\%) \quad (5)$$

**5. まとめ** 本研究では1次モード特性から単純梁の剛性評価手法を導き、その手法について解析的に検証した。この剛性評価手法や、これを応用した損傷同定は、剛性低下位置・剛性低下率の違いに関係なく、要素分割数に応じた一定の精度が得られることから、梁において剛性を精度良く推定する方法として有効な手段であると言える。今後は、本手法の実橋梁への適用について検討する予定である。

表5 損傷同定誤差

CASE	剛性低下要素	剛性低下率(%)		誤差(%)		
		設定値	同定値		最大値	平均値
D1	要素41~50	40%	40.02	40.00	0.02	0.01
	無損傷要素	0%	0.15	0.06	0.15	0.04
D2	要素21~30	20%	20.06	20.01	0.06	0.03
	要素61~90	40%	40.07	40.00	0.09	0.02
D3	無損傷要素	0%	0.21	0.04	0.21	0.04
	要素11~25	20%	20.07	20.00	0.08	0.04
	要素41~50	40%	40.02	40.00	0.04	0.02
	要素61~80	10%	10.10	10.00	0.11	0.05
	無損傷要素	0%	0.21	0.04	0.21	0.04

**参考文献** 1)モード解析ハンドブック編集委員会：モード解析ハンドブック，コロナ社，2000年。