境界要素法による大規模3次元音場シミュレーション

中央大学大学院　学生員　○ 岡村　理一郎
京都大学大学院　正会員　吉川　仁
中央大学　正会員　樫山　和男

1. はじめに

近年のコンピュータの発展に伴い，都市空間の音伝搬の予測には波動音響理論や幾何音響理論に基づく数値シミュレーションが広く用いられている．幾何音響理論は，簡易式を用いて計算を行っているため，計算時間が短く大規模空間を扱う際に適しているが，複雑な幾何形状を有する問題への適用に難がある．一方，波動音響理論は，複雑な幾何形状を有する問題への適用が容易であるが，非定常の偏微分方程式を解くため，計算時間，記憶容量が膨大になる．

本研究では，複雑な幾何形状を有する問題への適用のため，波動音響理論に基づく数値シュミレーション手法の構築を行う．数値シュミレーション手法としては，外部問題に適している境界要素法[1)]を用いる．境界要素法は境界上の離散化のみで近似解を得る手法であるが，時間域の境界要素法ではある時刻の解は以前の時刻の解からの影響を受けるため，大規模問題を解く場合には計算量・記憶容量が膨大化する．そこで，本報告では時間域の境界要素法による大規模3次元非定常音場解析を可能とするため，メモリ削減手法の導入及び，並列化手法の導入を行う．また，音源が移動する問題に対して数値解析を行う．

2. 境界要素法を用いた騒音解析

本研究で扱う非定常波動問題における支配方程式及び，境界条件，初期条件は式 (1)〜(4) で表わされる．

支配方程式:

$$\frac{\partial^2 u(\boldsymbol{x},t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u(\boldsymbol{x},t)}{\partial x_i \partial x_i} \qquad (\text{in} \;\; D) \qquad (1)$$

Dirichlet 境界条件:

$$u(\boldsymbol{x},t) = \overline{u}(\boldsymbol{x},t) \qquad (\text{on}\ \partial D_1) \qquad (2)$$

Neumann 境界条件:

$$\frac{\partial u}{\partial n}(\boldsymbol{x},t) = \overline{q}(\boldsymbol{x},t) \qquad (\text{on}\ \partial D_2) \qquad (3)$$

初期条件:

$$u(\boldsymbol{x},0) = \overline{u}_0(\boldsymbol{x}), \quad \frac{\partial u}{\partial n}(\boldsymbol{x},0) = \overline{v}_0(\boldsymbol{x}) \qquad (\text{in} \;\; D) \qquad (4)$$

ここに，u は音圧，$\boldsymbol{n}$ は領域からの外向き単位法線ベクトルである．D, ∂D はそれぞれ解析領域，解析境界を示す．続いて式 (1) に対応する境界積分方程式は次式で得られる．

境界積分方程式:

$$\frac{1}{2}u(\boldsymbol{x},t) = \int_0^t \int_{\partial D} \Gamma(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y},t-s)\frac{\partial u}{\partial n}(\boldsymbol{y},s)dSds - \int_0^t \int_{\partial D} \frac{\partial \Gamma}{\partial n}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y},t-s)u(\boldsymbol{y},s)dSds + u_{\text{in}}(\boldsymbol{x},t) \qquad (5)$$

ここに，u_{in} は入射波，Γ は3次元波動方程式の基本解を示す．

空間を区分一定要素，時間を区分線形補間で離散化し，数値的に u を求める．また，式 (5) により求められた境界全体における u, $\frac{\partial u}{\partial n}$ の値を用いて，式 (6) より，領域内部の任意の点での音圧 u を求める．

積分方程式:

$$u(\boldsymbol{x},t) = \int_0^t \int_{\partial D} \Gamma(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y},t-s)\frac{\partial u}{\partial n}(\boldsymbol{y},s)dSds - \int_0^t \int_{\partial D} \frac{\partial \Gamma}{\partial n}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y},t-s)u(\boldsymbol{y},s)dSds + u_{\text{in}}(\boldsymbol{x},t) \qquad (6)$$

3. メモリ使用量削減

時間域の境界要素法では，ある時刻の解は以前の時刻の解からの影響を受けるため大規模問題を取り扱う場合，必要なメモリ量が膨大化してしまう．この問題を解消するために本解析では，以下の2つのメモリ削減手法を用いた．

(1) 疎行列化

時間域の境界要素法において離散化により得られる係数行列の影響係数は，ソースと観測点間の距離と時間差により波動の影響が及ぶ点のみ非ゼロ成分となる[2)]．そこで，非ゼロ成分のみメモリに記憶することでメモリを削減できる．

(2) cast forward

影響係数行列と既知の解との行列ベクトル積演算を，代数方程式を作成するタイミングよりも前に計算しておく手法 (cast forward) を適用する[2)]．この手法を用いることにより全時間ステップの半分より上のステップの影響係数行列はメモリに記憶する必要がなくなり，メモリを削減できる．

4. 並列化手法

大規模問題適用のため，メモリ削減手法とともに，MPI(Message Passing Interface) を用いた並列化の導入を行う．ノード間で MPI 並列を行うことにより，各プロセスにメモリを分散させ，保持させておくことができる．

5. 3次元波動方程式の数値解析例

並列化の有効性の検証のための数値解析例として，遮音壁を設けない3次元非定常波動問題を取り上げる．

(1) 解析例1

図−1 に解析モデルを示す．散乱体の境界を 10,490 の三角形の区分一定要素で離散化し，一辺の最大離散化幅を 0.25 m，時間離散化幅を 0.5ms とする．音源点を (0.0,-4.0,1.0)，受音点を (0.0,4.0,1.5) に設け，厳密解との比較を行う．また境界条件と入射波の値を以下に示す．

キーワード：　境界要素法，波動方程式，移動音源
連絡先：　〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27　中央大学　E-mail: okamura-r@civil.chuo-u.ac.jp

Neumann 境界条件:

$$\frac{\partial u}{\partial n}(\boldsymbol{x},t) = 0 \quad (\text{on } \partial \mathrm{D}) \tag{7}$$

初期条件:

$$u(x,0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial n}(x,0) = 0 \qquad (\text{in } D) \tag{8}$$

入射波:

$$u_{\text{in}}(\boldsymbol{x},t) = \frac{\sin\frac{2\pi}{\Lambda}(t-\frac{r}{c})}{4\pi r} \quad (0 < t - \frac{r}{c}) \tag{9}$$

ここに，r は音源からの距離，音速 c は 340.0 m/s，周期 Λ は 0.01 s，時間域は 0.0〜0.05 s とする．

図− 2 に，受音点 (0.0,4.0,1.5) における解析結果を示す．図より，解析解は厳密解と良い一致をしていることが確認できる．また，メモリ削減手法の導入により，影響係数行列のメモリ量を約 1/30 と大幅に削減できた．

図− 3 に並列化効率指標であるスピードアップと並列化効率で解析結果と理想値との比較を示す．図より，十分な並列化の効果を得られていることが確認できる．

(2) **解析例 2**

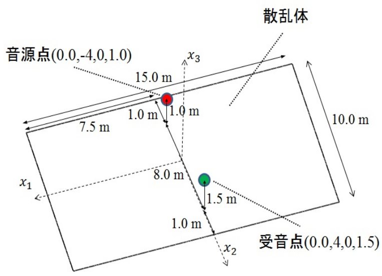
次に，より大規模な問題として，移動音源を用いた遮音壁を有する 3 次元非定常波動問題を取り上げる．解析モデルは**図− 4** に示す．散乱体の境界を 86,520 の三角形の区分一定要素で離散化し，一辺の最大離散化幅を 0.1 m，時間離散化幅を 0.3ms とする．初期音源点を (-7.5,-3.0,1.0) に設け，x_1 の正の方向に 100km/h で移動させる．境界条件，初期条件は解析例 1 と同様のものを用い，入射波は，周期のみ Λ=0.0025 s とする．

図− 5 に，各時刻における境界表面の音圧分布の可視化結果を示す．図より，時間の進行とともに音源が移動し，遮音壁により音の反射，回折，干渉などが再現されていることがわかる．また，メモリ削減手法の導入により，影響係数行列のメモリ量を約 1/50 に削減できた．解析例 1 との比較より，メモリ削減手法の効果は大規模な問題であるほど大きいことがわかる．

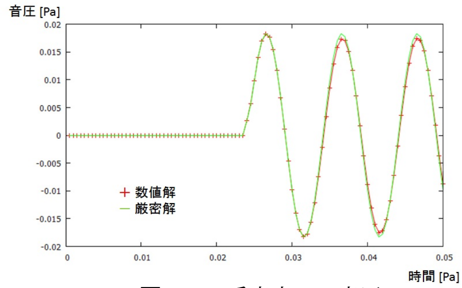
6. おわりに

本報告では，大規模問題適用のため，境界要素法による 3 次元非定常音場解析へのメモリ削減手法及び，並列化の導入を行い，以下の結論を得た．

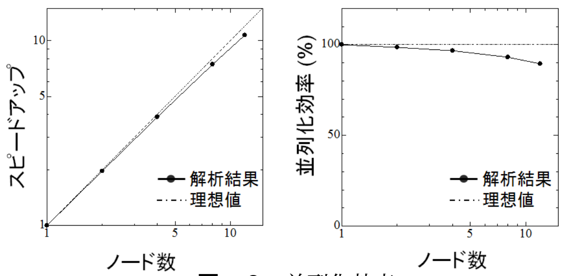
- メモリ削減手法の導入により，大幅なメモリの削減が実現できた．



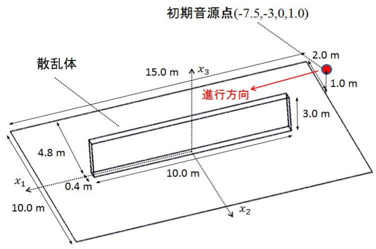
図− 1 解析モデル



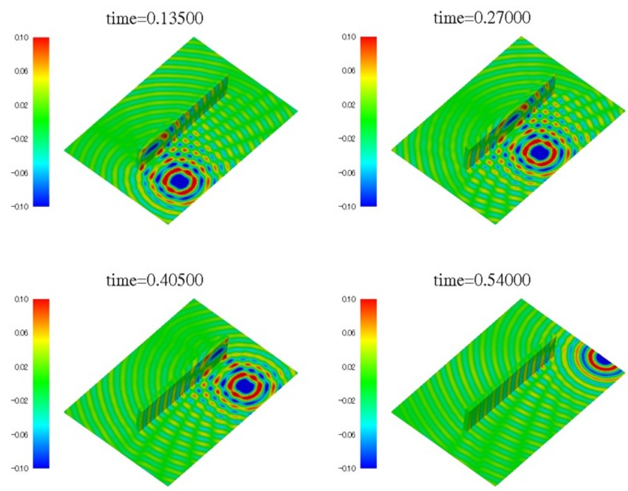
図− 2 受音点での音圧



図− 3 並列化効率



図− 4 解析モデル



図− 5 解析条件 2 における音圧分布

- 並列化手法の導入により，計算時間の大幅な短縮が図れていることが確認できた．
- 移動音源を用いた遮音壁を有する問題において，その妥当性が確認できた．

今後の課題として，より複雑な幾何形状を有する 3 次元非定常音場問題の妥当性の検証を行う予定である．

参考文献

1) 小林昭一：波動解析と境界要素法，京都大学学術出版会，pp.37-38，2000.
2) 吉川仁，松浦京介：影響波動の到達時間を考慮した Lubich の CQM を用いた時間域境界積分方程式，計算数理工学論文集，日本計算数理工学会，Vol.12，pp.73-78，2012.