

CQ-BEMを用いた空気超音波法の2次元及び3次元 数値シミュレーション

○東京工業大学大学院 学生会員 丸山泰蔵
群馬大学大学院 正会員 斎藤隆泰
東京工業大学大学院 正会員 廣瀬壮一

1. はじめに

土木構造物を維持管理していくために非破壊検査を行うことは重要であり、現場で手軽に検査を行えることが要求されるため、超音波法は適した手法であると考えられている。また、超音波法の中でも自動探傷の適用可能性などの観点から非接触法を用いた高精度な検査手法の開発が望まれている。非接触法の一つである空気超音波法は、非接触状態で空気中から固体内部へ直接超音波を入射し、空気中で受信を行う手法である¹⁾。空気超音波法は超音波ビームの方位制御や焦点化が比較的容易であるといった利点を持つが、空気-固体間の音響インピーダンスの差が非常に大きいいため、十分な振幅の超音波を透過させることが困難であり、さらなる高精度化のためには実際のスケールにおける検査の数値シミュレーション、及び高感度な探触子の開発が重要であると考えられる。

著者らは、これまでに演算子積分時間領域境界要素法(CQ-BEM)を用い、流体-固体連成問題に対する時間領域境界要素法による数値シミュレーション手法の開発を行ってきた²⁾。そこで、本研究では2次元、及び3次元数値シミュレーションを実行し、その結果の比較を行う。

2. 解析モデル

本研究では、図1のような空気領域 D^a 、固体領域 D^s から成る領域の解析を行うことを考える。 D^a から入射された入射波が界面 S によって、反射・透過され、透過波の一部が固体内部の境界 S^d を持つ欠陥で散乱される問題とする。 S^t はモデル化された探触子表面である。また、それぞれの領域に対する外向き単位法線方向ベクトル $\mathbf{n}^a$ 、 $\mathbf{n}^s$ はそれぞれ逆向きに定義している。空気領域、固体領域において圧力 p 、変位 $\mathbf{u}$ がそれぞれ満足する支配方程式は次である。

$$c_a^2 \nabla^2 p(\mathbf{x}, t) = \ddot{p}(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in D^a \quad (1)$$

$$c_T^2 \nabla^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) + (c_L^2 - c_T^2) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in D^s \quad (2)$$

ここで、 t は時刻、 $(\cdot)$ は時間微分であり、 c_a は D^a 中を伝搬する波動の速度、 c_L 、 c_T は D^s 中での縦波、横波の波速を表している。また、空気-固体界面 S における境界条件は垂直方向の変位、応力の連続性、及び空気を非粘性流体として扱

うことから次で与えられる。

$$-\rho_a \mathbf{n}^a(\mathbf{x}) \cdot \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{n}^a(\mathbf{x}) \cdot \nabla p(\mathbf{x}, t), \quad (3)$$

$$\mathbf{n}^s(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{t}(\mathbf{x}, t) = -p(\mathbf{x}, t), \quad (4)$$

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{t}(\mathbf{x}, t) = 0, \quad \mathbf{x} \in S \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{t}$ は表面力、 $\mathbf{s}$ は単位接線方向ベクトル、 ρ_a は空気の密度である。

3. 境界積分方程式

支配方程式(1)、(2)から D^a 、 D^s に対する積分方程式を導き、界面 S 、 S^d に対して極限操作を行い、時間領域境界積分方程式を導出し、界面 S における境界条件(3)-(5)を代入すると、次のようになる。

$$-C(\mathbf{x})t_\eta(\mathbf{x}, t) = p^{\text{in}}(\mathbf{x}, t) + \int_S S(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * t_\eta(\mathbf{y}, t) dS_y \\ - \rho_a \int_S G(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * \{\mathbf{n}^a(\mathbf{y}) \cdot \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{y}, t)\} dS_y \quad (6)$$

$$C(\mathbf{x})\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \int_S \{U(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)\mathbf{n}^s(\mathbf{y})\} * t_\eta(\mathbf{y}, t) dS_y \\ - \int_{S+S^d} \mathbf{T}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * \mathbf{u}(\mathbf{y}, t) dS_y \\ + \int_{S^d} \mathbf{U}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * \mathbf{t}(\mathbf{y}, t) dS_y \quad (7)$$

ここで、 $C(\mathbf{x})$ 及び、 $\mathbf{C}(\mathbf{x})$ は点 $\mathbf{x}$ における境界形状に依存する自由項³⁾であり、 $*$ は時間に関する畳込み積分、 G 、 S はスカラー波動問題における基本解、及び二重層核、 $\mathbf{U}$ 、 $\mathbf{T}$ は弾性波動問題における基本解と二重層核であり、 p^{in} は入射波の圧力を表している。また、積分記号 $\int$ はCauchyの主値の意味で評価することを表している。 t_η は表面力の法線方向成分であり、 $t_\eta = \mathbf{n}^s \cdot \mathbf{t}$ と表される。式(6)、(7)中の境界物理量は、 S において $\mathbf{u}$ 、 t_η 、 S^d において $\mathbf{u}$ 、 $\mathbf{t}$ となる。そのため、固体内部の欠陥の境界 S^d において適切な境界条件を

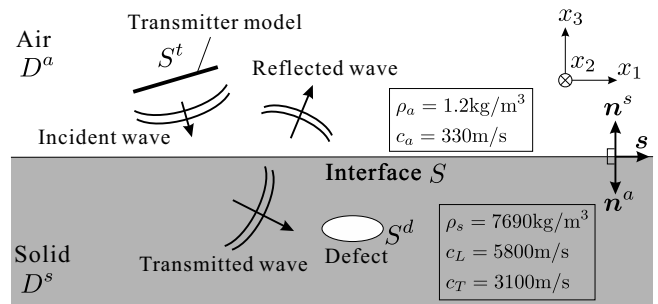


図1 空気超音波法に対する解析モデル

与えることによって式 (6), (7) を連立させて解けることがわかる。また、式 (6) に含まれる変位の時間に関する二階微分項 $\ddot{u}$ の計算は CQ-BEM を用いる場合、容易に行うことができる²⁾。以上によって示した定式化は、2次元、3次元それぞれに対する基本解、二重層核を用いることでそれぞれの次元に対応する解析を行える。

本研究では、式 (6), (7) の離散化手法として空間に関しては一定要素、時間に関しては陰的 Runge-Kutta 法を用いた演算子積分法 (CQM) を用いる。また、3次元問題では計算コストの増大が懸念されるため、高速多重極法を適用する。しかしながら、紙面の都合上、離散化や高速化に関しては省略する。離散化や高速化の詳細に関しては、文献⁴⁾を参照されたい。

4. 入射波の設定

空気超音波法における入射探触子を想定した入射波について説明する。探触子による入射波はレイリー積分⁵⁾によって与えられることが多く、レイリー積分は周波数域では圧力勾配とポイントソースの積を探触子表面 S^t に渡って積分した形で表現される。これらの点を考慮し、本研究では次で表される入射波を用いる。

$$p^{\text{in}}(\mathbf{x}, t) = -2\rho_a p_0 \int_{S^t} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * \frac{v(t)}{\partial t} dS_y \quad (8)$$

$$\frac{v(t)}{\partial t} = \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) H(t)H(T-t) \quad (9)$$

ここで、 T は入射波の中心周波数に対応する周期、 p_0 は振幅、 H は Heaviside のステップ関数である。また、 v はモデル化された探触子表面に与える速度を表している。本研究では、探触子表面 S^t に正弦波 1 波の変位を与えたときの速度を与えている。なお、式 (8) に含まれる畳み込み積分は CQM を用いて計算を行う。

5. 数値解析例

以上によって説明を行った数値シミュレーション手法を用いた 3次元問題の解析例を示す。図 2 のように空気超音波探触子を材料の片側に二つ配置し探傷を行うピッチキャッチ法を想定した数値シミュレーションを行う。空気、固体の材料定数は図 1 中に示す値を用いた。このとき、固体として鋼材を想定している。探触子表面 S^t は $10.0\text{mm} \times 10.0\text{mm}$ の正方形とし、本解析ではレイリー波を用いた探傷を想定しているため、材料定数から計算されるレイリー波の波速から S^t の傾きを 6.6° とした。また、入射波の中心周波数を 100kHz とし、 $T = 10.0\mu\text{s}$ とした。欠陥として、送信側探触子と受信側探触子の間に半楕円型のスリットを設定している。探触子同士の距離は 40.0mm 、探触子と固体表面の距離は 2.0mm としている。また、スリットは幅が 2.5mm 、深さが 5.0mm とし、長さ l_d を変化させたときの数値シミュレーションを行った。

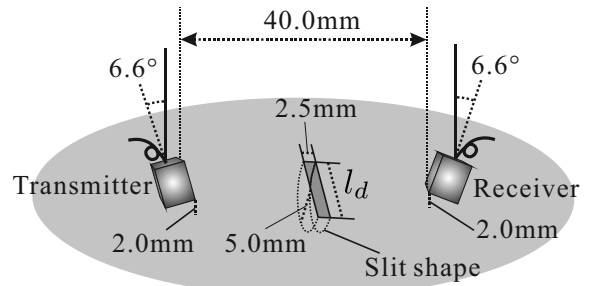


図 2 空気超音波を用いたピッチキャッチ法の 3 次元数値シミュレーションモデル

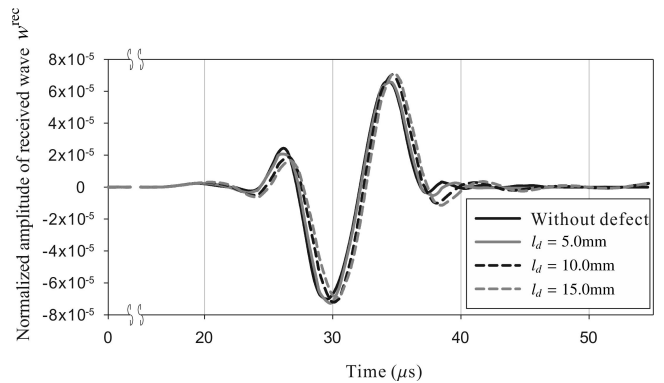


図 3 受信波の計算結果

図 3 は欠陥無し、及び l_d を 5.0, 10.0, 15.0mm としたときの受信波の計算結果を示している。受信波として受信側探触子表面を S^r としたときに圧力を S^r に渡って積分した次の w^{rec} を計算している。

$$w^{\text{rec}}(t) = \int_{S^r} \frac{p(\mathbf{y}, t)}{p_0} dS_y \quad (10)$$

図 3 には固体中を伝播したレイリー波が受信される周辺の時刻のみ示している。図 3 より、欠陥無しと比較して、スリットが存在する場合は回折によって、位相がずれている様子がわかる。また、波動が通り過ぎた後の影響が長く出ている。これらの影響は、欠陥長が長いほど大きくなっている。

6. 結論

CQ-BEM を用いた空気超音波法の 2次元、及び 3次元数値シミュレーション方法を示し、3次元における解析例を示した。2次元の数値シミュレーション結果との比較は当日に報告する。

参考文献

- 1) 高橋雅和・野地正明・桐生啓二・高橋修・小倉幸夫・松嶋正道・西野秀郎・中畑和之・川嶋紘一郎・非接触・空中伝搬超音波透過探傷法の開発と応用例、非破壊検査、vol.60, No.9, pp518-522, 2011.
- 2) 丸山泰蔵・斎藤隆泰・廣瀬壮一：3次元流体-固体連成問題に対する CQ-BEM、第 68 回土木年次講演会講演論文集、2013、(CD-ROM 収録).
- 3) 小林昭一編著：波動解析と境界要素法、京都大学学術出版会、2000.
- 4) 丸山泰蔵・斎藤隆泰・廣瀬壮一：3次元スカラー波動問題に対する陰的 Runge-Kutta 法を用いた演算子積分時間領域高速多重極境界要素法、土木学会論文集 A2(応用力学)、Vol.69, No.2, pp.L175-L185, 2013.
- 5) L. W. Schmerr: Fundamentals of ultrasonic nondestructive evaluation, Plenum Press, 1998.