

# 多相場モデルを用いた高温固体周りの 自然対流の数値計算

京都大学大学院工学研究科

学生員 鳥生 大祐

京都大学学術情報メディアセンター

正員 牛島 省

京都大学大学院工学研究科

学生員 青木 一真

## 1. 緒言

著者ら<sup>1)</sup>は、多相場モデル<sup>2)</sup>を用いて圧縮性流体と複雑形状固体との熱的連成を考慮した流体解析手法を提案した。しかし、既報<sup>1)</sup>において解法的高温固体への適用性の検討は行われていない。例えば、使用済み核燃料貯蔵容器内でのヘリウムガスの自然対流現象や容器からの漏えいの問題<sup>3)</sup>などでは、複雑な形状の高温固体周りの自然対流現象の詳細な解析が重要となっている。

このため、本研究では、提案した解法<sup>1)</sup>の高温固体周りの自然対流現象への適用性を検討するために、高温円柱周りの自然対流計算を行い、ヌセルト数について既往の計算結果との定量的な比較を行う。

## 2. 数値解析手法

本手法では、圧縮性流体と固体から構成される多相場を、物性値の異なる複数の流体の混合体として扱う。多相場の基礎式は、以下の保存形式で表された質量保存則、運動方程式、内部エネルギー式の3式から成る。また、粘性応力  $\tau_{ij}$  と熱流束  $q_j$  の構成方程式には以下のニュートン流体の仮定とフーリエの法則を用いる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \rho g \delta_{i2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e u_j)}{\partial x_j} = -p \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_m}{\partial x_m} \delta_{ij} \quad (4)$$

$$q_j = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (5)$$

ここで、 $t$  は時間、 $x_i$  は2次元直交座標系の  $i$  座標成分、 $g$  は重力加速度、 $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタである。また、密度  $\rho$ 、圧力  $p$ 、粘性応力  $\tau_{ij}$ 、熱流束  $q_j$ 、粘性係数  $\mu$ 、温度  $T$  は各計算セル内で体積平均された値、流速成分  $u_i$ 、内部エネルギー  $e$  は質量平均された値である。熱伝導率  $\lambda$  は流体と固体で同じとする。内部エネルギーと温度の関係式には  $e = C_V T$ 、気体の状態方程式には  $p = (\gamma - 1)\rho e$  を用いる。定積比熱  $C_V$  は質量平均された値、 $\gamma$  は流体の比熱比である。

本研究では非保存形の基礎方程式を用いる TCUP 法<sup>4)</sup>に改良を加えた保存形の基礎式に基づく計算手法<sup>1)</sup>を用いる。本手法の計算手順は、移流、拡散、音響の3つのフェイズに分けられる<sup>4)</sup>。移流フェイズでは移流項、拡散フェイズでは拡散項、音響フェイズでは圧力項と重力項がそれぞれ計算される。各フェイズ毎に段階的に変数を更新し、最終的に新しい時刻の変数を得る。

## 3. 数値解法の適用性

提案した手法を用いて高温水平円柱周りの自然対流を計算した。計算領域を図-1に示す。図-1において、 $L$  は計算領域の各方向の長さ、 $r$  は円柱の半径を表す。領域の中心に高温水平円柱 ( $T = T_h$ ) が置かれ、計算領域のすべての壁面を冷却 ( $T = T_c$ ,  $T_h > T_c$ ) する。流体のプラントル数は  $Pr = 0.71$ 、比熱比は  $\gamma = 1.4$  である。

レイリー数  $Ra (= g\beta_0(T_h - T_c)L^3/(\nu_f\alpha_f))$  が、 $10^4$ 、 $10^6$  の各条件下で、 $r/L = 0.1$ 、 $0.2$ 、 $0.3$  の場合についてそれぞれ定常状態になるまで計算を行った。なお、レイリー数の定義に用いられる  $\beta_0$  は  $T = T_c$  における流体の体膨張係数、 $\nu_f$  は流体の動粘性係数、 $\alpha_f$  は流体の熱拡散率を表す。計算セル数は各方向に対し  $Ra = 10^4$  では  $152 \times 152$ 、 $Ra = 10^6$  では  $252 \times 252$  とした。

キーワード: 圧縮性流体, 流体・固体・熱連成, 多相場モデル

連絡先: 〒 615-8530 京都府京都市西京区京都大学桂 Tel 075-753-7467

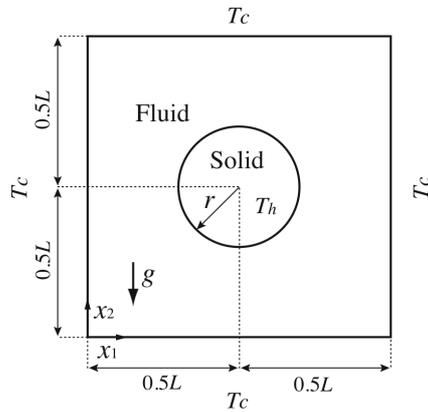
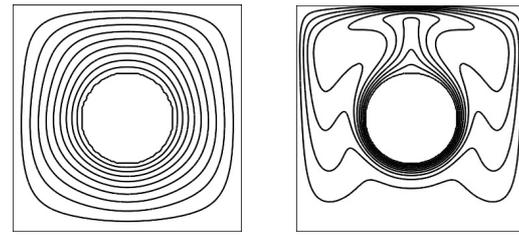


図-1 計算領域

図-2 定常状態における温度分布 ( $r/L = 0.2$ )表-1  $\bar{Nu}$  の比較

$Ra$	$\bar{Nu}$				$Ra$	$\bar{Nu}$			
	$r/L$	Present	Ref. <sup>5)</sup>	Ref. <sup>6)</sup>		$r/L$	Present	Ref. <sup>5)</sup>	Ref. <sup>6)</sup>
$10^4$	0.1	2.08	2.07	2.08	$10^6$	0.1	6.04	6.12	6.11
	0.2	3.24	3.33	3.24		0.2	8.84	9.37	8.90
	0.3	5.41	5.83	5.40		0.3	11.88	11.62	12.00

計算で得られた  $r/L = 0.2$  における等温線の分布を図-2 に示す。等温線の間隔は  $(T_h - T_c)/10$  である。レイリー数が  $10^4$  の場合は熱伝導が支配的な温度分布が得られた。一方、レイリー数が  $10^6$  の場合は上部壁面中央部付近が高温、底部壁面中央部付近が低温となり、典型的な自然対流の温度分布が得られた。また、本手法によって得られた温度分布は、Moukalled<sup>5)</sup> や Shu<sup>6)</sup> によって示された計算結果と定性的によく一致する。

また、各計算条件における、計算領域の壁面での平均ヌセルト数  $\bar{Nu}$  を表-1 に示す。なお、平均ヌセルト数は  $\bar{Nu} = \bar{q}_w(L/2)/(\lambda(T_h - T_c))$  と表される。ここで、 $\bar{q}_w$  は計算領域の壁面を通過する平均熱流束である。表-1 に示されている Moukalled<sup>5)</sup> および Shu<sup>6)</sup> の参照解と比較すると、本手法により得られた結果は、既往研究の結果と比較的良好に一致している。

#### 4. 結言

本研究では、多相場モデルを用いた高温固体周りにおける圧縮性流体の計算法について検討した。提案した手法の適用性を検討するために、内部に高温円柱を含むキャビティ内自然対流計算を行った。その結果、円柱周りの自然対流が再現され、得られた温度分布は既往の計算結果と定性的によく一致した。また、得られた壁面での平均ヌセルト数についても、既往の計算結果と比較的良好に一致した。

#### 参考文献

- 鳥生大祐, 青木一真, 牛島省: 圧縮性流体と複雑形状構造物との熱的連成を考慮したシミュレーション, 計算工学講演会論文集, Vol.18, C-12-3, 2013.
- 牛島省, 福谷彰, 牧野統師: 3次元自由水面流中の接触を伴う任意形状運動に対する数値解法, 土木学会論文集, Vol.64/II, pp.128-138, 2008.
- 竹田浩文, 巨真澄, 白井孝治, 三枝利有: コンクリートキャスクの実用化研究 -キャニスタ内ヘリウム漏えい検知方法の開発-, 電力中央研究所報告, N04031, 2005.
- 姫野武洋, 渡辺紀徳: 低重力環境における熱流体管理に関する研究 (第1報, 熱流動解析に適した CCUP 法-TCUP 法の提案), 日本機械学会論文集 (B編), 69 巻 678 号, pp.18-25, 2003.
- Moukalled, F. and Acharya, S.: Natural convection in the annulus between concentric horizontal circular and square cylinders, J. Thermophysics Heat Tr., Vol.10, pp. 524-531, 1996.
- Shu, C. and Zhu, Y. D.: Efficient computational of natural convection in a concentric annulus between an outer square cylinder and an inner circular cylinder, Int. J. Numer. Meth. Fl., Vol.38, pp.429-445, 2002.