

熱収支を考慮した安定化有限要素法による非等温場解析

中央大学大学院 学生員 ○堀池 慎治
中央大学 正会員 榎山 和男

1. はじめに

近年、都市部では人口・産業の集積や建物の高密度化・高層化等によって、ビル風、ヒートアイランド現象、汚染物質の拡散等の各種環境問題が顕在化してきている。特にヒートアイランド現象は、局地的集中豪雨や熱帯夜の増加の要因の一つと考えられている。ヒートアイランド現象の発生メカニズムは複雑で、温熱環境の形成には様々な要因が考えられるが、対象とする領域の熱特性を把握するために、様々な影響を考慮した数値解析を行うことは有効な手段といえる。

そこで、本研究では温熱環境解析のための地表面の熱収支を考慮した解析手法の構築を行う。支配方程式には Boussinesq 近似を用いた Navier-stokes 方程式を用い、温度場の影響を考慮した解析を行う。また、乱流モデルには LES(Smagorinsky モデル¹⁾) を用い、空間方向の離散化には複雑な形状に適用可能な有限要素法を適用し、時間方向の離散化には Crank-Nicolson 法を用いる。解析例として高層建物周辺気流解析を取り上げ、既往の計算結果との比較を行うことで本手法の精度検証を行う。

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式

流体は非圧縮性粘性流体を考え、Boussinesq 近似により温度場の影響を考慮する。それぞれ無次元化、フィルタリングを施した Grid Scale(GS)の運動方程式、連続式、エネルギー方程式、絶対湿度の輸送方程式は式 (1)、(2)、(3)、(4) で表される。

運動方程式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right\} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + g\beta (\bar{\theta} - \theta_0) \delta_{i3} = 0 \quad (1)$$

連続式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

エネルギー方程式；

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial h_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3)$$

絶対湿度の輸送方程式；

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{q}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \bar{q}}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial f_j}{\partial x_j} = 0 \quad (4)$$

$$\tau_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (5)$$

$$h_j = \bar{u}_j \bar{\theta} - \bar{u}_j \bar{\theta} \quad (6)$$

$$f_j = \bar{u}_j \bar{q} - \bar{u}_j \bar{q} \quad (7)$$

ここで、 $\bar{u}_i$, $\bar{p}$, $\bar{\theta}$, $\bar{q}$ はそれぞれフィルタリングを施した流速、圧力、温度、絶対湿度である。また、 τ_{ij} は SubGrid Scale(SGS)応力、 h_j は SGS 熱流束、 f_j は SGS 湿度流束を表す。格子で捉えきれない SGS の乱れによる GS の流れ場への影響は、 τ_{ij} を通じて GS の運動方程式に組み込まれる。SGS 応力 τ_{ij} に対するモデル化には LES(Smagorinsky モデル) を用いる。また、Smagorinsky モデルでは壁面での SGS 応力が 0 とならないため、van Driest の壁面減衰関数²⁾ f_s を用いて補正を行う。

(2) 離散化手法

基礎方程式 (1)、(2) に対して SUPG/PSPG 法に基づく安定化有限要素法³⁾ を、式 (3)、(4) に対して SUPG 法に基づく安定化有限要素法を用いて空間方向の離散化を行う。時間方向の離散化には、Crank-Nicolson 法により離散化を行い、連立 1 次方程式の解法には Element-by-Element Bi-CGSTAB2 法を用いた。

3. 地表面の熱収支

太陽から地表面に与えられた熱エネルギーは顕熱や潜熱に変換されるが、地表面の種類や状態によってその配分比が変わる。熱収支式において、日射量や温度を入力条件として地表面におけるつり合い式を解き、Newton 法により地表面温度を求める。その概念図を図 - 1 に示し、熱収支式を式 (8) に示す。

$$(1 - ref) S_i + R_i = \sigma T_s^4 + H + \iota E + C_i \quad (8)$$

ここで、 S_i は短波放射量、 R_i は長波放射量、 H は顕熱輸送量、 ιE は潜熱輸送量、 C_i は貯熱量、 ref はアルベド、 σ はステファン・ボルツマン定数 ($= 5.67 \times 10^{-8} [\text{W}/\text{m}^2 \text{K}^4]$)、 T_s は地表面温度である。また、短波放射量、長波放射量に含まれる建物や地表面からの反射を考慮するために、モンテカルロ法⁴⁾ から算出した形態係数を組み込んだ。

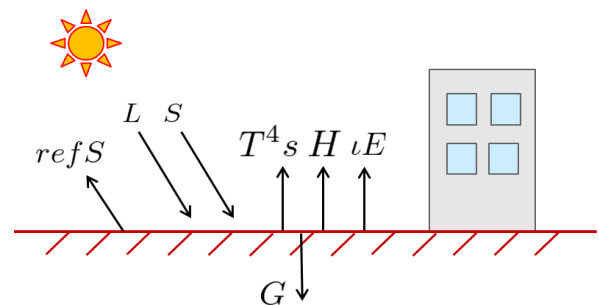


図 - 1 モデル概念図

KeyWords： ヒートアイランド現象，安定化有限要素法，Smagorinsky モデル，熱収支

連絡先： 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL 03-3817-3421 FAX 03-3817-1815

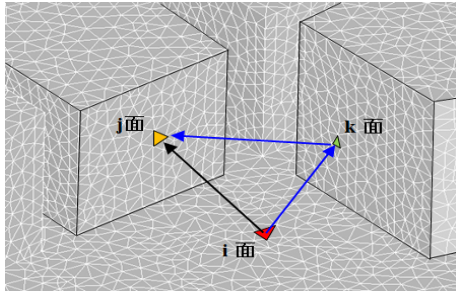


図-2 Gebhart の吸収係数概念図

概念図を図-2に示す．放射束を射出する面を i 面とし，遮蔽物となる面を j 面として形態係数を求める場合， i 面から射出された全放射束 N_t の内， j 面に到達した本数 N_{ij} がわかれば， i, j 面間の形態係数は式(9)より求めることができる．

$$F_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_t} \quad (9)$$

また， i 面から射出され， i 面， j 面以外の面 k に反射した後に j 面に入射する経路については式(10)で求められるGebhartの吸収係数⁵⁾を用いることで形態係数に修正を行う． n は固体表面の総分割数， ε_i は i 面の放射率である．

$$B_{ij} = \varepsilon_j F_{ij} + \sum_{k=1}^n B_{kj} (1 - \varepsilon_k) F_{ik} \quad (10)$$

なお，詳細は文献⁶⁾を参照されたい．

4. 数値計算例

(1) 計算条件

計算例として，高層建物周辺気流解析を取り上げ，近藤らによる RANS に基づく計算結果⁷⁾ との比較により，熱収支を考慮した本手法の精度検証を行う．計算領域を図-3，図-4に示す．流入境界には $\bar{u} = U_A (Y/Y_A)^{0.25}$ ($Y_A = 74.6[m]$ において $U_A = 6.0[m/s]$)，流出境界には Traction-free 条件を適用した．上端面，側面

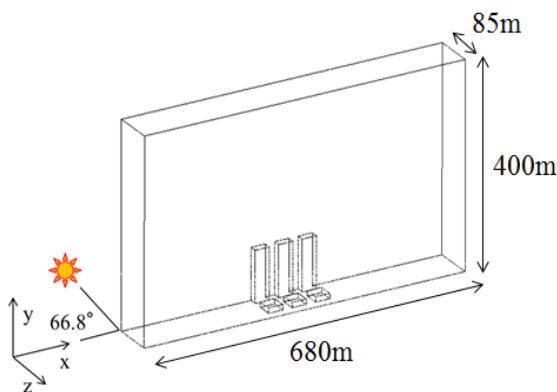


図-3 解析領域

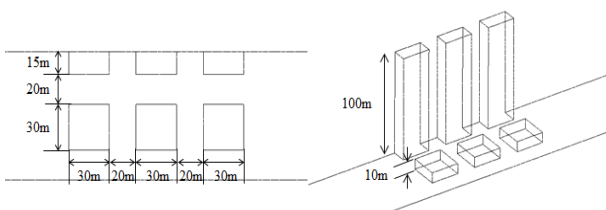
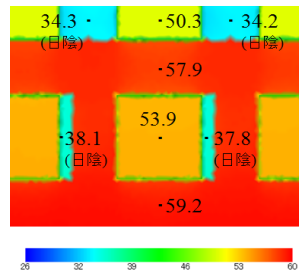
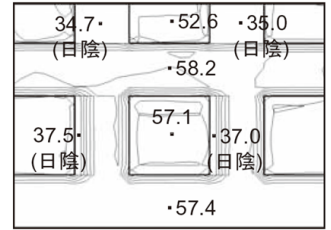


図-4 解析領域



本計算結果



参照解(近藤ら)

図-5 温度分布図

に slip 条件，底面，壁面には linear-1/7 power law 型 2 層モデル⁸⁾を用いた．微小時間増分量は $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}[sec]$ ，太陽高度を 66.8 度とし，放射束 10000 本を用いて計算を行った．また，法線面直達日射量は $811.6[W/m^2]$ ，水平面天空日射量は $144.9[W/m^2]$ とした．地中温度は地表面から $dz = 0.1[m]$ の深さで $36.1[]$ ，建物内部温度は $26.0[]$ とした．日射反射率は高層・低層建物の屋根面で $21.0[\%]$ ，舗装面では $7.4[\%]$ とした．

(2) 計算結果

図-5に本計算結果と参照解の地表面の温度分布図の比較を示す．建物屋上面の温度分布において他の領域における温度分布の比較に比べ，温度に若干の差異が生じたものの，日陰部における温度分布の変化など，定量的に妥当な結果を得ることができた．

5. おわりに

本報告では，大規模な温熱環境解析として，高層建物周辺気流解析を取り上げ，地表面の熱収支を考慮した解析を行った．その結果，屋上面における温度分布に若干の差異が見られるものの，日陰による温度分布の変化や建物高さの違いによる温度分布の変化を示すことができ，既往の計算結果との比較により定量的に妥当な結果を得ることができた．

今後は，植生や水辺の影響を考慮するとともに，他の例題との比較による定量的な精度検証を行う予定である．

参考文献

- 1) J.Smagorinsky: General Circulation experiments with the primitive equations I. the basic experiment, *Monthly Weather Review*, 91, pp.99-164, 1963.
- 2) E.R.Van Driest: On turbulent flow near a wall, *J.Aeronautical Science*, 23, pp.1007-1011, 1956.
- 3) T.E.Tezduyar: Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations, *Advance in Applied Mechanics*, 28, pp.1-44, 1992.
- 4) 谷口博: モンテカルロ法による三次元ガス分子放射の解析, 日本機械学会論文集, 261, pp.897-909, 1968.
- 5) B.Gebhart: A new method for calculating radiant exchanges, *ASHRAE Transactions*, 65, pp.321-323, 1959.
- 6) 池田哲也, 櫻山和男: 安定化有限要素法による都市の温熱環境解析手法の構築, 応用力学シンポジウム, pp.107-114, 2013.
- 7) 近藤靖史, 小笠原岳, 大木泰裕, 有働邦広: 建物屋根面の日射性能向上によるヒートアイランド緩和効果, 日本建築学会環境系論文集, Vol.73, No.629, pp.923-929, 2008.
- 8) H.Werner and H.Wengle: Large-eddy simulation of turbulent flow over and around a cube in a plate channel, *8th Symp. On Turbulent Shear Flows*, pp.155-168, 1993.