

自由落下する球の構造流体連成解析

日本大学 フェロー会員 ○野村 卓史
株式会社 奥村組 (研究当時, 日本大学学生) 本橋 拓磨

1. はじめに

強風災害では, 風の力の直接的な作用による被害のほかに, 飛来物による被害が問題となる. 飛来物による破壊が新たな飛来物を生じると, 被害範囲を拡大する要因になる. 飛来物の飛翔における特徴は, 飛来物がさまざまな形状と重量バランスを有する物体であること, そのような物体が飛翔中に動的に姿勢を変える状況の空気力を動的に評価する必要があること, 飛翔距離が物体寸法に比して非常に長いこと, にある. 本研究はこのような飛来物の飛翔予測に ALE 有限要素法に基づく構造流体連成解析を適用しようとするものである. ここでは基礎的な検討として球の自由落下問題を解析したので報告する.

2. 解析方法

2.1 物体と流体の運動方程式

本研究では飛翔する物体は剛体とする. その運動方程式は次式で表される.

$$\mathbf{m}\alpha = \mathbf{X} \quad (1)$$

ここで \mathbf{m} は質量マトリックス, α は物体重心加速度のベクトル, \mathbf{X} は物体の重心に作用する力のベクトルで, 空気力と重力からなる.

流体の運動方程式は ALE 記述された非圧縮性粘性流体の Navier-Stokes 方程式と連続条件式である. これに VMS 法¹⁾を適用する. 有限要素は 8 節点六面体要素を用いた. 流体の有限要素方程式は次式で表される.

$$\mathbf{M}\mathbf{a} + \mathbf{K}(\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}})\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{p} = \mathbf{f} \quad (2)$$

ここで $\mathbf{a}, \mathbf{u}, \mathbf{p}, \mathbf{f}$ はそれぞれ流体の節点加速度, 節点流速, 節点圧力および境界力のベクトルである. ベクトル $\hat{\mathbf{u}}$ は ALE 法の節点メッシュ速度ベクトルである. マトリックス $\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{G}$ は VMS 法の安定化マトリックスを含んでいる.

式 (1) と式 (2) において, 物体表面上の節点変数と物体に関する変数の間には, 次の関係がある.

$$\mathbf{u} = \mathbf{T}^t\mathbf{v}, \quad \mathbf{X} = \mathbf{T}\mathbf{f} \quad (3a, b)$$

ここで \mathbf{T} は物体形状によって決まる変換マトリックス, \mathbf{v} は物体の速度ベクトルである.

2.2 連成解析における時間積分過程

式 (1) の時間積分には Newmark β 法を適用し, 式 (2) の時間積分には一般化 α 法¹⁾を適用する. いずれも予測子・修正子形式とする. スペースの関係で連成解析の詳細は割愛するが, 1つの時間積分ステップにおいて次の①~③の計算を行う staggered 形式を用いた²⁾.

- ① 予測子を計算する.
- ② 式 (3a, b) を互いに作用させて修正子を 2 回計算する.
- ③ 2つの修正子の平均値をその時間積分ステップの解とする.

3. 解析条件

図 1 は本解析で用いた有限要素メッシュで, 要素数は 4122 である. 4 つの鉛直面は slip 条件, 上下 2 つの水平面は traction free 条件とした.

図 1 の解析領域が物体の落下とともに落下する. すなわち節点メッシュ

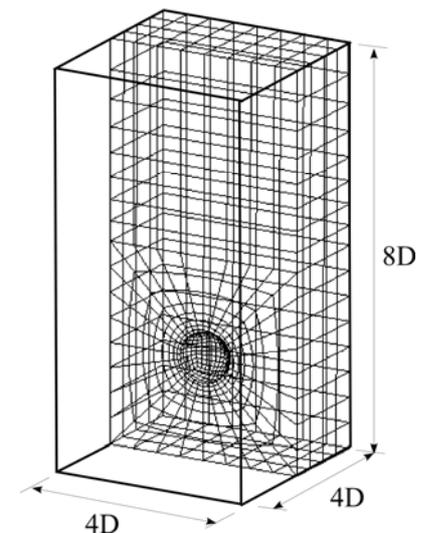


図 1 有限要素メッシュ

キーワード 流体構造連成解析, ALE 法, VMS 法, 球の自由落下, 終端速度

連絡先 〒101-8308 千代田区神田駿河台 1-8-14 日本大学理工学部土木工学科 TEL 03-3259-0411

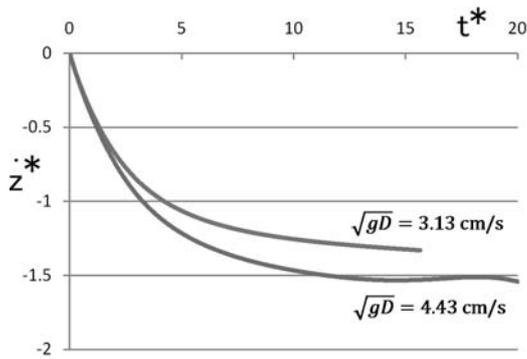


図2 自由落下する球の無次元落下速度 $z^* = z/\sqrt{gD}$ の時間変化 ($t^* = t/\sqrt{D/g}$ は無次元時間)

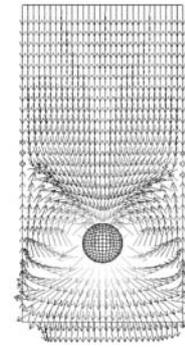


図3 自由落下する球の周りの流速ベクトル [$\sqrt{gD} = 4.43$ cm/s].

表1 解析結果と特性値

\sqrt{gD} (cm/s)	z_T^* (解析値)	z_T^* ($C_D = 0.5$ の場合)	C_D (解析値)	Re	Ta^*	$C_D \times Ta^*$
3.13	1.36	2.31	1.44	58.2	0.691	0.995
4.43	1.53	2.31	1.12	93.1	0.885	0.991

速度ベクトル $\hat{\mathbf{u}}$ の鉛直成分は全領域で物体速度 \mathbf{v} の鉛直成分と等しいものとした。 $\hat{\mathbf{u}}$ の水平成分は領域の下半分において物体速度 \mathbf{v} の水平成分に比例するものとし、比例係数の値は物体表面上で 1、球の表面から放射方向に直線的に減じ、領域の境界で 0 とした。領域の上半分では $\hat{\mathbf{u}}$ の水平成分は 0 とした。

4. 解析結果

図2は2ケースの換算速度 \sqrt{gD} の解析における無次元落下速度 $z^* = z/\sqrt{gD}$ の時間変化である。ここで D は球の直径、 g は重力加速度である。また図3は球の周りの流速ベクトル分布の例である。図2に示した2ケースはいずれも落下速度 z が一定になり、終端速度 z_T に到達する傾向を示している。

球の終端速度の理論値は次式

$$z_T = \sqrt{\frac{4\beta}{3C_D}} \sqrt{gD} \quad (4)$$

で与えられる。ここで C_D は球の抗力係数、 $\beta = \rho_b/\rho_a$ は空気密度 ρ_a と球の密度 ρ_b の比で、本解析では $\beta = 2$ としている。表1に示したように、標準的な球の抗力係数 $C_D = 0.5$ のときの無次元終端速度 z_T^* の理論値は2.31であるが、この解析の Reynolds 数 Re が小さく抗力係数が大きいので、無次元終端速度 z_T^* は小さい値になっている。なお、抗力係数 C_D の解析値はこれらの Reynolds 数では妥当な値である。

表1には終端速度を用いて修正した Tachikawa 数³⁾ $Ta^* = 3z_T^2/4\beta gD$ の値も示した。理論上、終端速度で落下している球では $C_D \times Ta^* = 1$ となるが、本解析結果ではほぼ1に近い値が得られている。

5. おわりに

今後は、風が吹いている場合や球以外の形状の物体の飛翔の解析を実施する予定である。

参考文献

- 1) 日本計算工学会流れの有限要素法研究委員会編：続・有限要素法による流れのシミュレーション，第9章，丸善出版，2012.
- 2) T. Nomura: Interaction of fluid and rigid body motion using ALE/VMS method, FEF17, 2013.
- 3) J.D. Holmes, C.J. Baker and Y. Tamura: Tachikawa number: A proposal, J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol.94, pp.41-47, 2006.