

# 高低マッハ数流れ場における 3次元圧縮性流体の並列計算手法

大成建設(株)

京都大学学術情報メディアセンター

京都大学大学院工学研究科

京都大学大学院工学研究科

正員 宮木 伸

正員 牛島 省

学生会員 青木 一真

学生会員 鳥生 大祐

## 1. はじめに

本研究では、青木ら<sup>1)</sup>が提案した2次元圧縮性流体解析手法を、3次元並列計算が可能なものへと拡張し、3次元計算領域の高低マッハ数流れ、および広範囲な温度差の圧縮性流れに適用可能であることを確認する。本手法ではTCUP法<sup>2)</sup>とは異なり、3次元コロケート格子上で、保存形の基礎式を有限体積法により離散化し、移流項に高次精度のスキームを用いる陰的解法を利用する。このため、質量等の保存性が確保される。また、状態方程式を満足する圧力場を求めることが可能である。

## 2. 基礎方程式

圧縮性流体に対する基礎式として、以下の保存形の質量保存則、運動方程式、内部エネルギー式、理想気体の状態方程式、温度と内部エネルギーの関係式の5式を扱う。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \rho g \delta_{i3} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e u_j)}{\partial x_j} = -p \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \quad (3)$$

$$p = \rho e(\gamma - 1) \quad (4)$$

$$e = C_v T \quad (5)$$

ここで、 $t$ は時間、 $x_i$ は3次元直交座標系の座標成分、 $u_i$ は $x_i$ 方向の流速成分である。 $g$ 、 $\rho$ 、 $\tau_{ij}$ 、 $p$ 、 $\gamma$ 、 $q_j$ 、 $e$ はそれぞれ重力加速度、密度、粘性応力、圧力、比熱比、熱流束、内部エネルギーである。

本研究の解法では、上記の基礎式を有限体積法により3次元コロケート格子上で離散化し、運動方程式からセル中心における流速の推定値を求める。次に質量保存則から次ステップの密度 $\rho^{n+1}$ を算出し、内部エネルギー式から温度 $T^{n+1}$ を算出する。得られた $\rho^{n+1}$ と $T^{n+1}$ を状態方程式に代入し、圧力 $p^{n+1}$ を算出する。最後に運動方程式に $\rho^{n+1}$ と $p^{n+1}$ を用いて、流速 $u_i^{n+1}$ を求める。(1)、(2)、(3)式はC-ISMAL法<sup>3)</sup>により陰的に離散化し、移流項を5次精度のTVDスキーム<sup>4)</sup>で評価した。また、本研究では、flat MPIおよびOpenMPを利用する2つの並列計算プログラムを作成し、それらを高マッハ数流れ場と低マッハ数流れ場へそれぞれ適用して、計算結果の妥当性と計算効率の検討を行った。

## 3. 数値解析手法の適用性

### (1) 高マッハ数流れ場

1辺が2.0[m]の立方体キャビティの中心に、球状の高圧・高密度の球状領域(半径0.4[m])を設定し、3次元爆風伝搬問題(マッハ数3.6)の計算を行った。この計算では、流体の粘性と熱伝導率は0としている。 $t = 0.25$ [ms]における球の中心から半径方向の圧力分布を図-1に参照解<sup>5)</sup>と共に示す。また、図-2のように、flat MPI並列により、計算セル数 $100^3$ の条件で、512並列では32並列に対して約14倍高速となることが確認できた。ここで、図-2において $P^* = (\text{並列プロセス数})/32$ とした。

キーワード: 圧縮性流体, 陰的解法, 並列計算法, コロケート格子

連絡先: 〒163-0606 東京都新宿区西新宿一丁目25番1号 新宿センタービル Tel 03-3348-1111

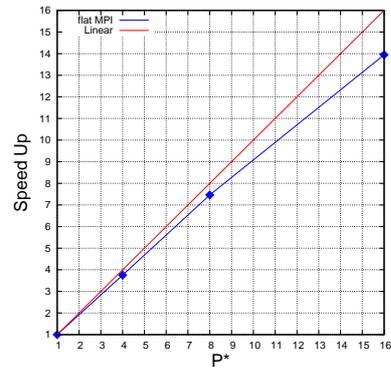
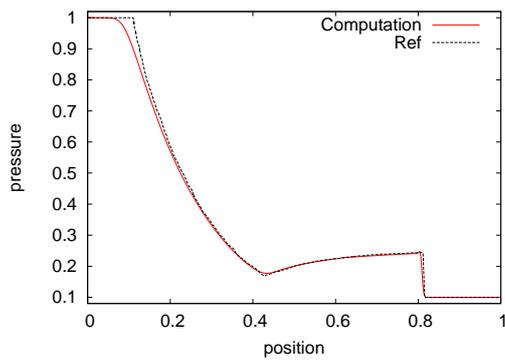


図-1: 中心から半径方向の圧力分布 (800<sup>3</sup>セル) 図-2: flat MPI によるスピードアップ

## (2) 低マッハ数流れ場

底面加熱, 上面冷却の条件下でベナール対流 (マッハ数  $2.3 \times 10^{-5}$ ) の計算を行い, 参照解<sup>6)</sup>と比較した. 領域長さのアスペクト比  $A$  を 1 から 5 と設定して各ケースで計算した. ここでアスペクト比  $A$  は幅と奥行き長さの, 高さに対する比率を表す. 安定に対流が発生するように全てのケースで初期状態のレイリー数  $Ra$  を  $8.0 \times 10^3$  と一定になるように設定した. 図-3, 図-4 は  $A = 3$  のケースで定常状態での流速ベクトルと温度分布であり, 参照解と定性的によく一致する. また, OpenMP による並列化により, 計算セル数  $200^3$  の条件で, 32 並列では逐次計算と比べて約 5 倍高速となることが確認できた.

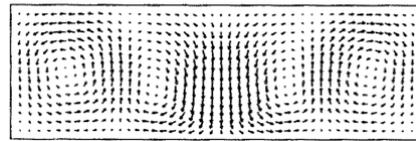
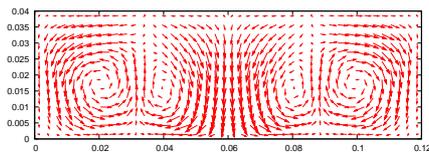


図-3: 流速ベクトル (左: 計算結果, 右: 参照解<sup>6)</sup>,  $A = 3$ ,  $45 \times 45 \times 15$  セル)

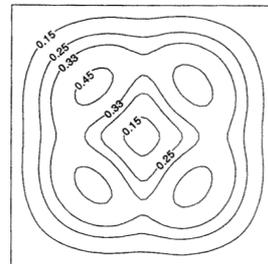
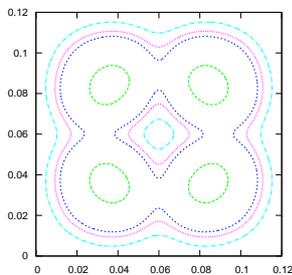


図-4: 温度分布 (左: 計算結果, 右: 参照解<sup>6)</sup>,  $A = 3$ ,  $45 \times 45 \times 15$  セル)

## 4. おわりに

本研究では, MPI および OpenMP で並列化された 3 次元圧縮性流体解法を提案し, 高低マッハ数流れへ適用した. その結果, 両条件下の流れ場で参照解と良好な一致が得られ, 本手法の有効性が確認できた.

### 参考文献

- 1) 青木一真, 牛島省, 鳥生大祐: 圧縮性流体に対する保存型陰的計算アルゴリズムの提案, 土木学会論文集 A2, Vol. 69, pp. 51-58, 2013.
- 2) 姫野武洋, 渡辺紀徳: 低重力環境における熱流体管理に関する研究, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 69, pp. 266-273, 2003.
- 3) 牛島省, 禰津家久: 自由液面流体に対するコロケート格子を用いた陰的計算法 (C-ISMALC 法) の適用性, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 68, pp. 3252-3258, 2002.
- 4) S.Yamamoto, and H.Daiguji, : Higher-Order-Accurate Upwind Schemes for Solving the Compressible Euler and Navier-Stokes Equations, *Computers Fluids*, Vol. 22, pp. 259-270, 1993.
- 5) F.Toro, E.: *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*, pp. 586-688.
- 6) R.Hernandez, R.: Spatial and thermal features of three dimensional Rayleigh-Benard convection, *J.Heat Mass Transfer*, Vol. 37, No. 3, pp. 411-424, 1994.