

多段階ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推定

大阪大学大学院 学生会員 ○坂口創, 水谷大二郎
大阪大学大学院 正会員 小濱健吾, 貝戸清之

1. はじめに

社会基盤施設のアセットマネジメントを実施するにあたり, 社会基盤施設の劣化過程を正確に把握することが重要となってくる. そのため, 近年になり現場で蓄積されてきた目視点検データに基づく統計的劣化予測手法がいくつか整備されてきた¹⁾. これらの多くは, 過去の劣化履歴に依存しないという性質(マルコフ性)を有するが, 現実の構造物は供用時間に依存する場合が少なくないと考えられる. 本研究では, 時間依存性を考慮した多段階ワイブル劣化ハザードモデルをベイズ推定する方法論を提案する. **2.**で多段階ワイブル劣化ハザードモデルとその推計手法について述べ, **3.**では, 実際の伸縮継手装置に対して適用した事例を示す.

2. 本研究のモデルと推計手法

(1) 多段階ワイブル劣化ハザードモデル

社会基盤施設に対する目視点検の結果は, 一般的に多段階の離散的な健全度として評価される. 青木ら²⁾は, 健全度間の推移確率をワイブルハザード関数で表現し, 施設の劣化過程を時間依存的な状態推移確率で表現した, 多段階ワイブル劣化ハザードモデルを最尤推計する方法論を提案している. しかし, 時間依存性を考慮することで, 当該モデルの尤度関数に含まれる状態推移確率は解析的に求められないため, 数値計算により求める必要がある.

(2) 準モンテカルロ法

本研究では, 解析的に求めることができない劣化状態確率を, *low-discrepancy* 列を用いた準モンテカルロ法により, 数値計算する. 準モンテカルロ法は, 準乱数という確定的な方法で生成される点列を使用する. これは特に点列の分布の一様性を高めつつ, 効率的に計算精度を向上させる方法である. 本研究では, 準モンテカルロ法の中でも *Faure* 列に改良を施した, 一般

化 *Faure* 列を適用する³⁾.

基数 b を次元 k 以上の最小の素数とする. 第1次元目 $X_n^{(1)}$ は, この基数 b による基底逆関数により得られ, 基数 b による整数 n の *digit* 展開を

$$n = a_r b^r + a_{r-1} b^{r-1} + \cdots + a_1 b + a_0 \quad (1)$$

とすると, 次元 k の *Faure* 列の点列 $\mathbf{X}_n = (X_n^{(1)}, X_n^{(2)}, \dots, X_n^{(k)})$ は

$$X_n^{(i)} = \frac{a_0^{(i)}}{b} + \frac{a_1^{(i)}}{b^2} + \cdots + \frac{a_{r-1}^{(i)}}{b^r} + \frac{a_r^{(i)}}{b^{r+1}} \quad (2)$$

と与えられる. ただし,

$$a_j^{(i)} = \sum_{l=j}^{\infty} {}_l C_j (i-1)^{l-j} a_l \pmod{b} \quad (3)$$

で与えられる. この点列に3つの改良を施した一般化 *Faure* 列を以下に示す.

$$\begin{pmatrix} a_0^{(i)} \\ a_1^{(i)} \\ \vdots \\ a_r^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q & & \\ & q & \\ & & q \\ & & & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_r \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} a_0^{(i)} \\ a_1^{(i)} \\ \vdots \\ a_r^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q^i & & \\ & q^i & \\ & & q^i \\ & & & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}_0 C_0 & {}_1 C_0 & {}_2 C_0 & \cdots \\ & {}_1 C_1 & {}_2 C_1 & \cdots \\ & & {}_2 C_2 & \cdots \\ & & & \ddots \end{pmatrix}^{i-1} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} i \\ i \\ \vdots \\ i \end{pmatrix} \pmod{b}, i \geq 2 \quad (5)$$

ただし, q は基数 b を法とするある原始根である.

上記で得られた点列を用いて, 状態推移確率を数値計算する. 得られた値を用いて尤度関数を計算した上で, マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC) により, 未知パラメータの事後分布をベイズ推定する. ベイズ推定法を用いることにより, 点検データの蓄積が十分でない場合にも未知パラメータの推計を行うことや, 追加的データに対応したモデルの更新が容易となり, 最尤法では適用が困難であったケースに対しても適用可能となる.

Keywords : 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 準モンテカルロ法, ベイズ推定, アセットマネジメント, 劣化予測
〒565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1 S1 棟 612 号室 TEL : 06-6879-7622

表-1 データ諸元

サンプル総数	976					
供用開始年	1977～2009年					
サンプル数の内訳		事後健全度				
			1	2	3	4
	事前健全度	1	423	80	399	74
	割合		0.43	0.08	0.41	0.08

3. 適用事例

(1) 適用データの概要

本研究では、高速道路上の伸縮継手装置の目視点検データを用いている。データ諸元を表-1 に示す。今回の推計では、1977～2009 年に供用が開始された伸縮継手装置に対する 976 個の点検サンプルを推計に用いた。灯具の健全度は 4 段階で評価され、健全度が大きいほど、劣化が進行していることを意味する。また、社会基盤施設の劣化に影響を及ぼすと考えられる因子として、大型車交通量と凍結防止剤散布回数に関するデータも獲得することができた。

(2) 多段階ワイブル劣化ハザードモデルの推計

2. (1)で示した多段階ワイブル劣化ハザードモデルのパラメータを、MCMC 法を援用してベイズ推定した。その推計結果を表-2 に示す。 $\hat{\alpha}$ が加速度パラメータ、 $\hat{\beta}_1$ が定数項、 $\hat{\beta}_2$ が今回説明変数として採用された年平均大型車交通量の未知パラメータの期待値を示している。 $\hat{\alpha}$ の値がいずれも 1 より大きい値となっていることから、伸縮継手装置の劣化過程が、経過時間に依存していることを示している。マルコフ劣化ハザードモデルはマルコフ性を有するため、 $\hat{\alpha}$ の値は 1 となる。図-1 に 2 つのモデルから得られた期待劣化パスを示す。健全度 1 の伸縮継手装置が健全度 4 に達するまでの期待寿命は、マルコフ劣化ハザードモデルでは 55.6～58.4 年であったが、時間依存性を考慮した多段階ワイブル劣化ハザードモデルでは 38.4～40.6 年と 17～18 年程度短くなった。以上の推計結果から、時間依存性を考慮した上で、社会基盤施設の劣化過程を正確に把握することが必要であると考えられる。

表-2 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ の推計結果

	多段階ワイブル劣化ハザード			マルコフ劣化ハザード	
健全度	α	β_1	β_2	β_1	β_2
1	1.0768	-2.5668	0.4739	-2.3491	0.3988
2	1.1307	-0.5463	-	-0.5699	-
3	1.1088	-4.2086	-	-3.845	-

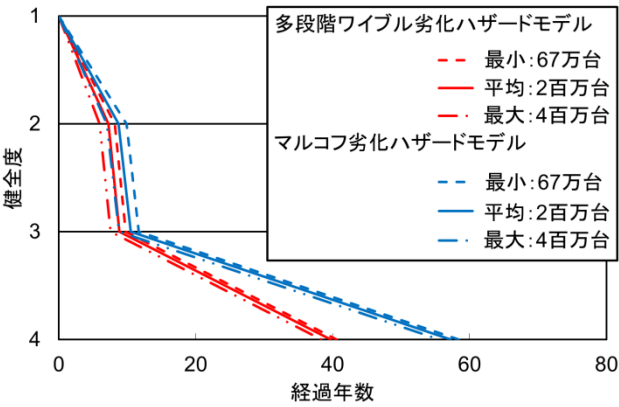


図-1 期待劣化パス

4. おわりに

本研究では、社会基盤施設の劣化過程を供用開始からの経過年数を考慮した、多段階ワイブル劣化ハザードモデルを効率的に推計する方法論を提案した。従来、膨大な計算時間を要することから、時間依存型モデルを適用した例は少数であったが、今回の方法論により、今後実証研究が蓄積されていくと考えられる。一方で、今後の課題として、本研究ではすべての目視点検サンプルに対して同一の構造を有するハザードモデルを適用した。しかし、ハザード関数にはサンプル固有の誤差が含まれる可能性があるため、混合ハザードモデルの適用を検討することが必要である。

【参考文献】

1) 貝戸清之, 小林潔司: マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.

2) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.

3) 田村勉, 白川浩: 一般化 Faure 列による準乱数とそのオプション評価への応用, JAFEE Journal, pp.95-111, 1999.