

3次元格子ばね解析法における減衰項に関する研究

鳥取大学	学生会員	○三橋	大地
大成建設(株)	正会員	文村	賢一
鳥取大学	正会員	河野	勝宣
鳥取大学	正会員	西村	強

1. はじめに

個別要素法に代表される離散系解析法は、質点あるいは剛体間をばねで連結して、個々の要素の相対運動で解析対象の変形を表現する解析手法である。このような解析法の利用に際しては、ばね係数の設定値と解析対象の弾性定数などの材料特性との対応関係が重要である。すでに、ばね係数と弾性定数の関係を定式化して静的な問題に関する解析例を示している¹⁾。その解析例では、なるべく速やかに静的な釣り合い状態を得られるように減衰に関する係数の値を用いている。しかし、衝撃あるいは動的な問題への適用を想定する時、この係数値の決定は慎重に進める必要がある。そこで、本文では、極めて短時間に、はりの一端に荷重を作用させた。解析例を示して、その係数値が解析結果に与える影響を記述する。

2. 質点の運動方程式と減衰に関する項

ここで用いる3次元バネ解析法は、図-1に示すように質点をバネで連結した格子系で解析対象をモデル化し、個々の格子点の運動を追跡する数値解析法である。質点に対する運動方程式を次のように書く。

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = f \quad (1)$$

ここに、 m は質量、 c は減衰項、 f は外力である。この式の近似解を陽形式の差分法で求めるとき、時刻 $t+\Delta t$ の変位 $u_{t+\Delta t}$ を次式のように書く。なお、 Δt は微小時間増分である。

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \dot{u}_{t,av} \times \Delta t \quad (2)$$

なお、 $\dot{u}_{t,av}$ は、時間区間 $(t, t+\Delta t)$ の質点の平均速度であり、

$$\dot{u}_{t,av} = \frac{u_t - u_{t-\Delta t}}{\Delta t} + \ddot{u}_t \times \Delta t \quad (3)$$

と書ける。これら2式より変位増分 $\Delta u_t = u_{t+\Delta t} - u_t$ は、直前の $\Delta u_{t-\Delta t}$ を用いて求めることができる。

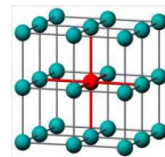
$$\Delta u_t = \Delta u_{t-\Delta t} + \ddot{u}_t \times \Delta t^2 \quad (4)$$

本解析法では、式(4)の $\ddot{u}_t$ を次式のように求めている。

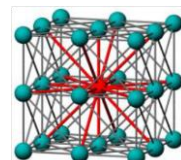
$$\ddot{u}_t = \frac{1}{m} \left(\sum f_t - \text{sign}(\alpha, \dot{u}_t) \left| \sum f_t \right| \right) \quad (5)$$

ここに、 $\text{sign}(a, b)$ は、 a の絶対値に b の符号を付与することを示す。減衰に関する項は、外力とばねに蓄えられている力の和に依存する量として、係数 α を導入して表現している。なお、ばね係数と弾性定数の関係式は、質点連結系内のばねに蓄えられるエネルギーが、対象とする弾性体内のひずみエネルギーに等しいとして次式のように求める。

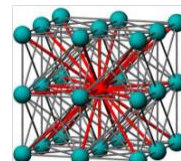
$$C_{ijkl} = \frac{1}{V} \sum_{m=1}^{N_e} \left[\frac{k_s^m d_m^2}{4} \left(I_j^m I_k^m \delta_{il} + I_i^m I_k^m \delta_{jl} + I_j^m I_l^m \delta_{ik} + I_i^m I_l^m \delta_{jk} \right) + (k_n^m - k_s^m) d_m^2 I_i^m I_j^m I_k^m I_l^m \right] \quad (6)$$



(a) 正方格子 (Cube I)



(b) 対角格子 (Cube II)



(c) 対角格子 (Cube III)

図-1 格子モデル

キーワード バネ解析法, バネ係数, 弾性定数, 減衰項

連絡先 〒680-8550 鳥取市湖山町南4丁目101 鳥取大学大学院工学研究科 TEL 0857-31-5297

ここに、 C_{ijkl} は弾性係数テンソル、 N_c は対象とする解析領域内のばねの本数、 V は代表体積、 k_s 、 k_n は法線、接線方向のばね係数、 I_i^m は単位ベクトル、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタ、 d_m は質点間の距離である。これにより弾性定数が既知であれば、ばね係数を求めることができる。

3. はりへの矩形波荷重と応答

図-2 に解析モデルを示す。図-2 の総質点数は 4185 個であり、それを図-1 に示すような型式で連結している。連結に用いるばねの長さは、 $d_1=0.55\text{cm}$ 、 $d_2=0.78\text{cm}$ 、 $d_3=0.95\text{cm}$ の 3 種類である。ヤング率 $E=712\text{MPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.19$ であり、式(6)によりばね係数 k_n 、 k_t を求める。時間増分 $\Delta t=1.0 \times 10^{-7}(\text{sec})$ として $T=6.055 \times 10^{-4}(\text{sec})$ 間、 $(x, y, z)=(2.2, 0, 1.1)$ の位置にある質点に $p_y=31.6(\text{N})$ を作用させる例(Case 1)と、 $y=0$ の面に $\sigma_y=32.6(\text{kPa}) (=P_y/A, A$: はりの断面積)を分布荷重として作用させる例(Case 2)の 2 例を実施した。この载荷は、いずれも矩形波であり、時間 T は、別途実施した模型実験における载荷時間に対応させたものである。この結果より、 $(x, y, z)=A(2.2, 9.9, 2.2)$ 、 $B(2.2, 35.2, 2.2)$ に位置する質点の加速度応答を出力したものが図-3 である。この図より伝播に要した時間を読み取り、次の伝播速度 C_p 、振幅比 U_a を求めた。

$$U_a = \frac{a_y^B}{a_y^A} \quad (7)$$

$$C_p = \frac{y^B - y^A}{t^B - t^A} \quad (8)$$

一方、 E 、 ν を用いて縦波の速度は次式で求めることができる。

$$V_p = \sqrt{\frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}} \quad (9)$$

U_a と、求めた C_p と V_p の比 C_p/V_p に対する α の影響をまとめたのが表-1、2 である。これらの結果より、 $\alpha=0$ すなわち式(5)において無減衰とした例でも、B 点における振幅が小さくなるという結果となっている。これは、図-3 のように測点 A の $t^A < t$ における振動を許したことが影響していると思われる。

参考文献

- 1) 西村他：格子バネモデルによる弾性体の変形解析とバネ係数の決定法，第 42 回岩盤力学に関するシンポジウム pp.68-73, 2014.

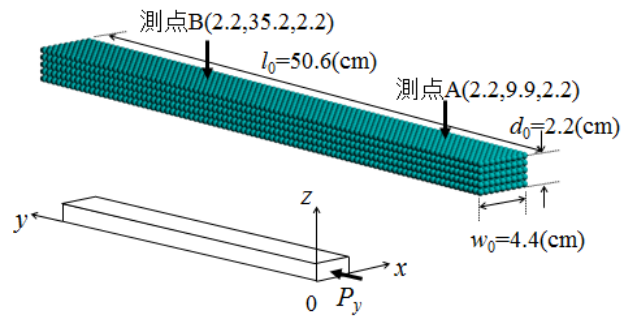


図-2 弾性波測定解析モデルと境界条件

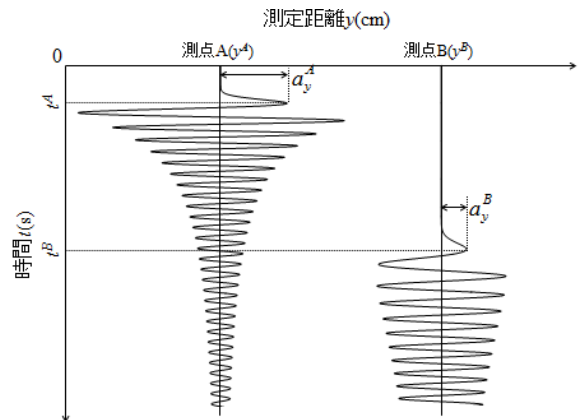


図-3 伝播速度 V_p と振幅比 U_a の算出方法

表-1 C_p への α の影響

α	Case 1		
	Cube-I	Cube-II	Cube-III
0.2	0.822	0.787	0.634
0.1	0.831	0.827	0.667
0	0.857	0.876	0.695

α	Case 2		
	Cube-I	Cube-II	Cube-III
0.2	0.800	0.791	0.630
0.1	0.821	0.835	0.664
0	0.852	0.876	0.695

表-2 U_a への α の影響

α	Case 1		
	Cube-I	Cube-II	Cube-III
0.2	0.136	0.530	0.560
0.1	0.474	0.560	0.659
0	0.721	0.592	0.742

α	Case 2		
	Cube-I	Cube-II	Cube-III
0.2	0.262	0.511	0.596
0.1	0.525	0.556	0.645
0	0.690	0.592	0.685