転波列サージのスリット通過における波高変化に関する基礎的検討

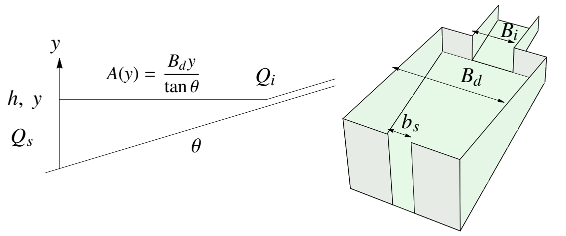
名城大学理工学部　正会員　　新井宗之
名城大学大学院　　学生会員　仙波　学

１．はじめに

スリットダムの機能についてはすでに多くの研究がされているが，間欠的な段波状のサージがスリットを通過する場合の流量，波形変化等については必ずしも十分明らかにされていない．そこで転波列性のサージにおいてその初期波形がスリット通過時にどのようになるかをスリットダムでの貯留・伝播過程を考慮したモデルを検討し，その変化過程を明らかにすることを目的とする．

2. スリットダムでの流入・流出

パラメータは**図 1** のように定義する．



(a) 座標　　(b) ダム

図 1 スリットダムでのパラメータ

ダムへの流入量 Q_i は，流入幅を B_i，流入水深を h_0，流入流速を v_0 とすると，単位時間あたりの流入量は

$$Q_i = B_i h_0 v_0 \tag{1}$$

である．スリットからの流出量 Q_s は，スリット幅を b_s とるすと，堰からの流出公式より，単位幅あたりの流出量は

$$Q_s = C_s b_s \frac{2}{3}\sqrt{2g}\, y^{\frac{3}{2}} \tag{2}$$

ここに，y：スリットでの越流水深，b_s：スリット幅，C_s：流量係数，g：重力加速度．
また，河床勾配が θ で，一様な幅 B_d の堰のスリット底から y の高さにおける水平面積 $A(y)$ は

$$A(y) = \frac{B_d\, y}{\tan\theta} \tag{3}$$

である．スリットを有する砂防ダムのように，堰への流入量がダムの水面変動に直ちに反映されるものとすると，流入，流出に伴う連続式は

$$-A(y)\frac{d\,y}{d\,t} + Q_i = Q_s \tag{4}$$

である．

ここで，

$$\tau = \frac{b_s}{B_d}\tan\theta C_s \frac{2}{3}\sqrt{2g}t \tag{5}$$

とし，式 (4) に，式 (1)~(3) を代入すると

$$\frac{d\,y}{d\,\tau} = -y^{\frac{1}{2}} + a^3 y^{-1} \tag{6}$$

$$\text{ここに，}a^3 = \frac{3}{2}\frac{B_i}{b_s}\frac{h_0\, v_0}{C_s\sqrt{2g}} \tag{7}$$

を得る．上式の解 y は堰上流端からの流入に対応するスリットからの流出深である．式 (6) を変形すると

$$\frac{y}{y^{\frac{3}{2}} - a^3}\frac{d\,y}{d\,\tau} = -1 \tag{8}$$

である．上式 (8) は，$y^{\frac{3}{2}} = a^3$ で係数特異点となる非線形微分方程式で，$y^{\frac{3}{2}} = a^3$ は

$$C_s b_s \frac{2}{3}\sqrt{2g} y^{\frac{3}{2}} = B_i h_0 v_0 \tag{9}$$

であるから，流入量と流出量が等しい y を表している．

ここで，y，τ の無次元量を $y' = \frac{y}{b_s}$，$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{b_s}}$ と定義すると，式 (6) の無次元方程式は

$$\frac{d\,y'}{d\,\tau'} = -y'^{\frac{1}{2}} + a'^3 y^{-1} \tag{10}$$

ただし，

$$\begin{aligned} y' &= \frac{y}{b_s}, \\ \tau' &= \frac{\tau}{\sqrt{b_s}} = \frac{2}{3}C_s\tan\theta\frac{b_s^{\frac{1}{2}}}{B_d}\sqrt{2g}\,t \\ a' &= \left\{\frac{3}{2}\frac{B_i}{b_s^{\frac{5}{2}}}\frac{h_0\, v_0}{C_s\sqrt{2g}}\right\}^{\frac{1}{3}} \end{aligned} \tag{11}$$

である．

ここで，a' を定数とすると式 (10) は変数分離により次式の解析解を得ることができる．

$$\frac{\left(a' - \sqrt{y'}\right)^2}{\left(a' - \sqrt{y'}\right)^2 + 3a'\sqrt{y'}} = \mathrm{Exp}\left[\frac{3}{a'}\left\{-\tau' + C' - 2\sqrt{y'} + \frac{2a'}{\sqrt{3}}\tan^{-1}\frac{a' + 2\sqrt{y'}}{\sqrt{3}\,a'}\right\}\right] \tag{12}$$

ただし，C' は積分定数

時間 $\tau' = \tau_0'$ で $y' = y_0'$ の初期条件を与えることにより，式 (12) の積分定数 C' を定めることができる．したがって，その初期条件による任意の時間 τ' におけるスリットからの

Keyword : スリットダム，流下過程，間欠性サージ，越流モデル
〒 468-8502 愛知県名古屋市天白区塩釜口 1-501 Tel: 052-838-2364

流出水深 y' の関係を得ることができる．式 (12) において，スリットダムの幅 B_d が微分方程式に反映されていないように見えるが，式 (11) からわかるように時間 τ' に関係している．スリットダムの幅 B_d が大きいと実時間 t に対し小さな時間 τ' として作用する．

3. 湛水域での波の伝播とスリットでの水深

湛水域への上流端からの流入変動が下流端のスリット部への変動過程を一つの流管での伝播過程と考え，初期の変動を考えるため変動による損失は無視するものとする．上流端，下流端での変動量を z とし，下流側の圧力は大気圧 p_0 のみで $\frac{p}{\rho g}=\frac{p_0}{\rho g}$，上流側の圧力は大気圧と平均流量フラックスからの変動分を $r(t)$ とすると $\frac{p}{\rho g}=\frac{p_0}{\rho g}+r(t)$ である．また，上流から下流端までの流管の長さを l とすると，運動方程式より

$$\frac{d^2 z}{d t^2}=-\frac{2g}{l}z+\frac{g}{l}r(t) \tag{13}$$

を得る．無次元量として，

$$z'=\frac{z}{b_s},\quad \tau'=\frac{2}{3}C_s\tan\theta\frac{{b_s}^{\frac{1}{2}}}{B_d}\sqrt{2g}\,t,\quad r'=\frac{r}{b_s} \tag{14}$$

とすると，式 (13) は

$$\frac{d^2 z'}{d\tau'^2}=-2a_1'z+a_1'r' \tag{15}$$

ここに，$a_1'=\frac{9}{8}\frac{{B_d}^2}{b_s l}\frac{1}{(C_s\tan\theta)^2}$，$l=\frac{y}{\tan\theta}$ (16)

である．

以上より，スリット部での水面の高さ h は，無次元量を $h'=\frac{h}{b_s}$ とすると h' は次式のようになる．

$$h'=y'+z' \tag{17}$$

4. 実験結果・解析結果例

実験は，長さ 56m，幅 10cm，深さ 15cm の硬質アクリル製直線水路を用い，清水流の転波列の実験として行った．実験に用いたスリット堰は，スリット開口幅 $b_s=2$cm，堰幅 B_d は水路幅と同じで，直線水路上にスリット部を設けたものである．スリットは，水路上流端から 47.7m(下流端から 8.3m) の位置に設けた．スリット部による水深変動を調べるためスリットの前後，すなわち，スリットより上流へ 3.3m(上流端から 44.4m)，下流側へ 4.5m(上流端から 52.2m) の位置で水深変動等を測定した．**図 2** は，水路勾配 $\theta=3.0$deg，平均流量 $Q=1035.6\text{cm}^3/\text{s}$，平均水深 $h=1.09$cm，平均流速 $v=94.6$cm/s の測定結果である．実験結果は，上流側の最初の転波列サージがスリットを通過し 7.9sec 後に下流側の測定点を通過し，最初の 1, 2 波の平均的なピーク $h_u\approx1.5$cm が，下流側で $h_d\approx1.1$cm 程度に低減していることが示されている．

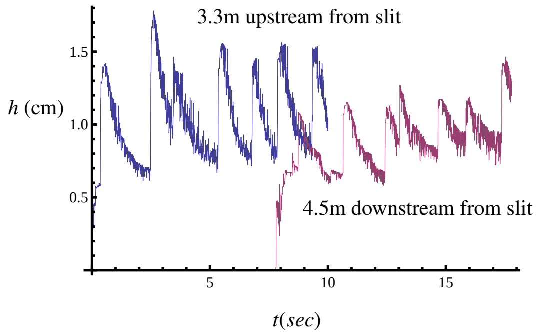


図 2 スリット前後の水深時系列変化例

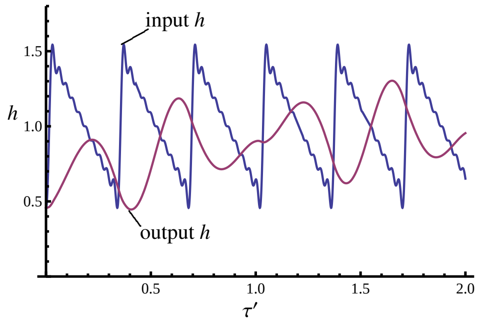


図 3 数値解析例

計算条件は，水路勾配 $\theta=3.0$deg，堰幅等 $B_d=Bi=10$cm，スリット幅 $b_s=2$cm，堰への流入条件として上流側での平均水深 h_0 を $h_0=1.0$cm，平均流速 v_0 を $v_0=94$cm/s，および時間平均値が平均水深となるような振幅 1 の鋸歯状の水深変動を流入 Q_i 条件として与えている．また，流量係数 C_s は使用したスリットの別途実験により $C_s=0.74$ とし，l は平均水深による y を与えた．**図 3** は，この計算条件による式 (17) の数値解析結果である．

流入条件としての鋸歯状の計算ではフーリエ級数の 10 項までの展開式を用いている．**図 3** の縦軸は h(cm) として示しているが，横軸は式 (11) による無次元時間 τ' で示している．実験結果と比較するためには，式 (17) によるスリットでの無次元水深 h' を流量に変換し，スリットから下流側測点までの流下過程も考慮する必要があるが，ここでは h' を流入変動水深との比較のために単純な水路幅への変換値 h として示している．この結果によると流入条件としての急激な水深変動はスリット部での流出においてかなり緩和されることを示しているが，初期の流入水深のピーク値の減衰や位相の遅れはほぼ表されることを示している．

謝辞：この研究の遂行にあたり京都大学防災研究所宇治川オープンラボラトリーの施設を利用させて頂きました．ここに記して関係各位に謝意を表します．