

既設港湾構造物の維持管理のための信頼性設計法に関する考察
 -波力に対する外的安定への「レベル0(ゼロ)信頼性設計法」の提案-

太陽工業株式会社 正会員 足立一美

1. はじめに

2007年に改正された「港湾の施設の技術上の基準¹⁾」においては、港湾施設の設計における性能規定化が図られ、この施設が有すべき性能を照査する手段として「レベル1信頼性設計法」が標準的な手法として採用されている。レベル1信頼設計法においては、信頼性指標を用いる「レベル2信頼性設計法²⁾」にもとづいて得られた目標信頼性指標が与えられれば、極めて容易に設計を行うことができる優れた方法である。しかしながら、既設構造物に対しては、適用しにくいものと思われる。

ところで我が国には、西暦2000年までに従来の「安全率」にもとづいて設計されたと考えられる港湾施設が、全国で防波堤が延長500km、係留施設が900kmの総延長にわたって整備されている。

2. 研究の目的

上述の状況を踏まえ、本研究においては既設港湾構造物の維持管理のための信頼性設計法に関する考察を行い、従来の「安全率」にもとづく設計法と、信頼性設計法の整合を図り、現下の喫緊の課題である既設構造物の適正な維持管理に資することを目的とした。本稿では、対象を重力式構造物の波力に対する外的安定問題に限定する。

3. 性能関数の定義

本研究では防波堤の波力に対する性能関数を、安全率と同じく式(1)で定義した場合について考察する。

$$Z = \frac{f(W-U)}{P} \quad (1)$$

ここで、 f ：堤体と捨石マウンドとの摩擦係数、 W ：浮力を差し引いた堤体の重量、 U ：揚圧力、 P ：水平波力（合田波力）。

4. 設計因子の確率密度関数とその母数

本研究においては(1)摩擦係数、(2)堤体重量、(3)揚圧力、(4)水平波力（合田波力）はすべて正規分布に従うものとし、その母数は合田³⁾に倣い、表-1に示すとおりとした。なお、海底勾配1/100の海域において、水深-13m、捨石マウンドの天端高-9.0m上に設置されたケーソン式混成防波堤を想定し、再現期間50年の波に対する滑動安全率を1.20としている。

表-1 設計因子とその母数

設計因子	単位	記号	設計値	標準偏差	相対比率	変動係数
摩擦係数		f	0.636	0.095	1.06	0.15
直立部重量	kN/m	W	3720	74.4	1.02	0.02
揚圧力	kN/m	U	547	131	0.77	0.24
水平波力	kN/m	P	1130	271	0.77	0.24

5. $Z=R/S$ の従う確率密度関数

R を正規分布に従う確率変数で、その平均を μ_R 、標準偏差を σ_R とする。同様に、 S を正規分布に従う確率変数で、その平均を μ_S 、標準偏差を σ_S とする。このとき、性能関数 $Z=R/S$ が従う確率密度関数を求める。つまり、性能関数を安全率の定義式と等しくした場合について考察する。

$Z=R/S$ は $S=0$ の場合を除き確率密度関数となり、さらに $R(\theta_R, \sigma_R)$ と $S(\theta_S, \sigma_S)$ が正規分布に従い、相関がないときには、その確率密度関数は式(2)で与えられる^{4),5)}。

$$f(Z) = \frac{b(z)d(z)}{\sqrt{2\pi\sigma_R\sigma_S a(z)^3}} \left[\Phi\left\{\frac{b(z)}{a(z)}\right\} - \Phi\left\{-\frac{b(z)}{a(z)}\right\} \right] + \frac{1}{\pi\sigma_R\sigma_S a(z)^2} \exp\left\{-\frac{c}{2}\right\} \quad (2)$$

$$a(z) = \left(\frac{z^2}{\sigma_R^2} + \frac{1}{\sigma_S^2}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad b(z) = \left(\frac{\theta_R z}{\sigma_R} + \frac{\theta_S}{\sigma_S}\right), \\ c = \frac{\theta_R^2}{\sigma_R^2} + \frac{\theta_S^2}{\sigma_S^2}, \quad d(z) = \exp\left\{-\frac{b(z)^2 - ca(z)^2}{2a(z)^2}\right\}$$

ここに $\Phi(z)$ は標準正規累積分布関数で、式(3)で表される。

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du \quad (3)$$

6. 具体的な計算例

表-1に従って、以下に具体的な計算例を示す。 W と U が独立のとき $W-U$ の平均は、正規分布の再生性によって、 $E[W-U]=E[W]-E[U]=3137$ となる。さらに、分散も正規分布の再生性によって $V[W-U]=V[W]+V[U]=22696.36$ となるから標準偏差は、 $\sqrt{22696.36}=150.7$ (kN/m)となる。 $f(W-U)$ の平均は、確率変数 X と Y が独立のとき $E[XY]=E[X]E[Y]$ の関係を用いて、 $E[f(W-U)]=E[f]E[W-U]=1995.1$ 、また分散は、 $V[XY]=\{E[X]\}^2V[Y]+\{E[Y]\}^2V[X]+V[X]V[Y]$ の関係⁶⁾を用いて、

$$V[f(W-U)] = \{E[f]\}^2V[W-U] + \{E[W-U]\}^2V[f] + V[f]V[W-U] = 45308.7$$

これから、標準偏差 $\sqrt{45308.7}=212.9$ (kN/m)が得られる。

以上によって、 $f(W-U)$ の平均と分散は明らかになったが、その確率密度関数の分布形が不明である。

そこで、Box-Muller法を用いて各設計因子について10,000個の正規乱数を発生させたモンテカルロ法(M.C.S.)によってこれを計算すると図-1に示すようになる。これから、 $f(W-U)$ を正規分布 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$ で近似できることが分かった。

ここで、標準偏差 $\sigma = \sqrt{V[f(W-U)]}=212.9$ (kN/m)、平均 $\mu = E[f(W-U)]=1995.1$ (kN/m)である。

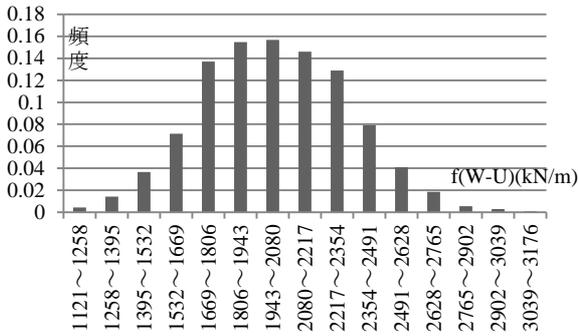


図-1 M.C.Sによる $f(W-U)$ の分布形

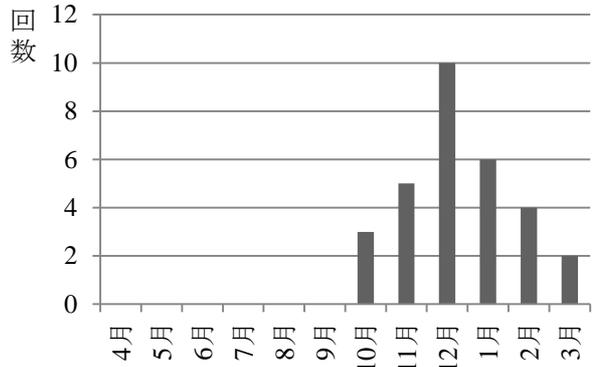


図-4 極大波の月別来襲回数 (文献8)より作成)

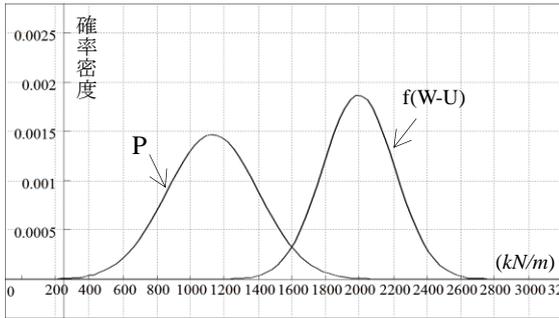


図-2 正規分布に従う合田波力と滑動抵抗力

$f(W-U)$ と P との相関係数は,

$$\rho = \frac{E[f(W-U)P] - E[f(W-U)]E[P]}{\sqrt{V[f(W-U)]}\sqrt{V[P]}}$$

$$= \frac{E[f(W-U)P] - 1237.02 * 687}{\sqrt{38053.9} * 165}$$

上式の分子の $E[f(W-U)P]$ をモンテカルロ法(M.C.S)によって求めると、 $E[f(W-U)P]=706196$ となるから

$$\rho = \frac{E[f(W-U)P] - E[f(W-U)]E[P]}{\sqrt{V[f(W-U)]}\sqrt{V[P]}} == 0.0219$$

したがって、 $f(W-U)$ と P は相関がないことが確認できた。このとき性能関数 Z の平均 μ_z および破壊確率 P_{zf} は、式(4)および式(5)で計算される。ただし、 $Z=R/S < 1$ のとき破壊するものとする。

これから $\mu_z = 1.77$ および $P_{zf} = 0.0156$ が得られる。以上の計算は再現期間 50 年の設計波高に対する安全率を 1.2 としたときの滑動破壊確率である。

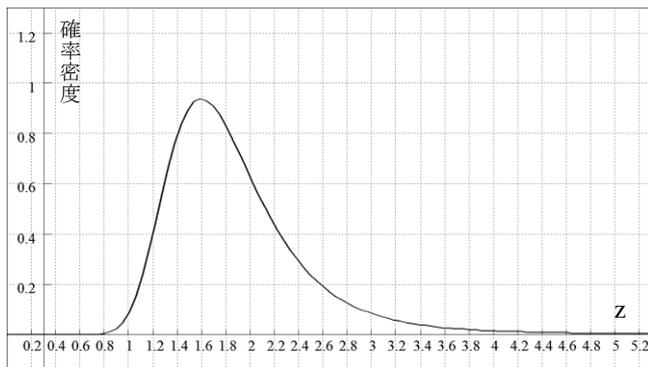


図-3 $Z = \frac{f(W-U)}{P}$ の確率密度関数

$$\mu_z : \int_{-\infty}^{\mu_z} f(z) dz = 0.5 \tag{4}$$

$$P_{zf} = \int_{-\infty}^1 f(z) dz \tag{5}$$

防波堤の耐用年数 50 年間の滑動確率を計算するためには、再現期間 10~100 年程度の来襲波に対する滑動確率を考慮する必要がある。これは、長尾⁷⁾によって既に行われているようにポアソン分布に従うものとして求めることができる。ただし、NOWPHAS の波浪観測データの整理⁸⁾は、極大波高によるサンプリングが行われていることから、冬季風浪が卓越する海域においては高波の来襲が図-4 に示すように冬季に集中する。したがって、時間間隔については海域ごとの検討が必要となる。

7. まとめ

本研究では性能関数として安全率の算定式そのもの $Z=f(W-U)/P$ を採用し、その確率密度関数を求めて平均と破壊確率を直接に計算することを可能とした。これによって既設港湾構造物の安全性の評価を可能にし、波力の増大や堤体の補強(改良)に対応することを可能にした。ここでは、波力に対する外的安定問題に限定して論述した。

本研究は、数理統計学にもとづいて信頼性設計法の新たな手法を構築したものであり、本手法を「レベル0(ゼロ)信頼性設計法」と名づけることとしたい。

参考文献

- 1) 日本港湾協会(2007): 港湾の施設の技術上の基準・同解説, 1485p.
- 2) Hasofer, A.M., N.C. Lind(1974): Exact and Invariant Second-Moment Code Format, *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, pp.111-120.
- 3) 合田良実(2008): 耐波工学, p.160.
- 4) Fieller, E.C.(1932): The Distribution of the Index in a Normal Bivariate Population. *Biometrika* 24, pp428-440.
- 5) Hinkly, D.V.(1969): On the Ratio of Two Correlated Normal Random Variables, *Biometrika*, 56, 3, pp635-639.
- 6) Goodman, L.A.(1960): On the Exact Variance of Products, *Journal of the American Statistical Association*, pp.708-713.
- 7) 長尾 毅(2002): ケーソン式防波堤の外的安定に関する信頼性設計手法の提案, 国土技術政策総合研究所報告, No.4, 26p.
- 8) 永井紀彦(2002): 全国港湾海洋波浪観測 30 年統計(NOWPHAS1970-1999), 港湾空港技術研究所資料, No.1035, 388p.