

モデル化の違いに着目した既存橋梁動解析モデルのベイジアンキャリブレーション

横浜国立大学 学生会員 ○川口 裕士
 横浜国立大学 正会員 西尾 真由子

1. はじめに

補修補強工事，レトロフィットなど橋梁の維持管理において数値解析の果たす役割は大きく，妥当性の保証された数値解析を行うことが必要となる．しかし既存橋梁は実環境下で供用されており，材料定数などの構造パラメータに経年変化が起きているため，設計時に用いられる初期の値とは異なり不確定性を持つ．そのため，妥当な解析結果を得るには，構造パラメータの不確定性を計測データを用いて定量的に評価し，モデルをキャリブレーションすることが有効と考えられる．西尾ら¹⁾は既往研究において，ベイズ推定による動的モデルのパラメータ不確定性定量化およびキャリブレーションを実橋梁で試み，事前分布の設定に関する検証を行った．ただし一般的に，解析出力は採用するモデル化によっても異なり，それによって取り扱うパラメータの不確定性も変わるものである．そこで本研究では，実橋梁を対象に，設計図面に基づく詳細なモデルと，現況の設計で多用される梁モデルにおいて，ベイズ推定モデルキャリブレーションを適用し，パラメータ不確定性の取り扱いやキャリブレーション結果に関する検証を行った．

2. 対象橋梁振動試験によるデータ取得

本研究の対象橋梁である横浜国大橋は，橋長 50.8m 幅員 10.3m であり，鋼 2 箱桁，RC 床版，免震ゴム支承からなる．インパクトハンマー加振で得られる入出力データより求めた周波数応答関数から固有振動数とモード形を同定した．計 10 回のデータ取得で得られた振動特性の平均と変動係数を表 1 に示す．

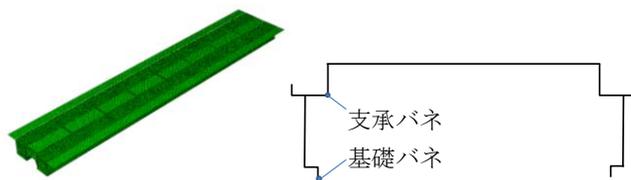
表 1 振動試験結果

モード	曲げ 一次	ねじれ 一次	曲げ 二次	ねじれ 二次	曲げ 三次
平均 (Hz)	2.56	4.91	6.67	9.50	13.36
変動係数	0.7%	1.4%	3.6%	6.1%	5.9%

3. 初期モデルの構築

対象橋梁の初期詳細モデルと梁モデルは，設計図面および 2009 年に行われた耐震補強設計の計算書を参考

に ABAQUS-6.11 を用いて構築した．詳細モデルの全体図を図 2-(a)に示す．桁，床版ともに詳細な部材までシェル要素で表し，材料定数は公称値とした．境界条件は免震ゴム支承の諸元から計算した基準バネ定数をもつ，水平，鉛直，橋軸直角回り回転方向のバネを与えた．梁モデルの全体図を図 2-(b)に示す．上部工，橋脚，フーチングを梁要素で表し，境界部に支承バネと基礎バネを設定した．材料定数，ばね定数は公称値，基準値から計算した定数を与えた．



(a) 詳細モデル (b) 梁モデル

図 1 初期モデル全体図

4. 事後分布による不確定パラメータ推定

4.1 ベイズ推定とモデルキャリブレーションの流れ

ここでベイズ推定とは，推定したいパラメータの不確定性を事前確率分布で表現し，それを実験により得られる計測データを用いて更新することで事後確率分布を推定し，不確定性を低減させるものである．以下にベイズの定理を載せる．

$$\pi(\theta | d) = \frac{f(d | \theta) \pi(\theta)}{\int f(d | \theta) \pi(\theta) d\theta} \dots \dots (1)$$

$\pi(\theta)$ は不確定パラメータ θ の事前分布であり， d は計測データを表している．事後分布 $\pi(\theta | d)$ は事前分布に計測データより導かれる尤度関数 $f(d | \theta)$ を乗ずることで求まることがわかる．事後分布推定は，マルコフ連鎖モンテカルロ法の一つであるメトロポリスヘイスティング法により行った．また，対象モデルパラメータと計測するパラメータ(固有振動数)が異なるため，両者を関連付けるガウス過程に基づく代替モデルを用い計算負荷を低減する方法とした²⁾．

4.2 パラメータ事前分布設定と事後分布推定結果

表 2，表 3 に詳細モデル，梁モデルにおける事前分布

キーワード : モデルキャリブレーション, ベイズ推定, 既存橋梁, 不確定性, 梁モデル化

連絡先 : 〒240-8501 横浜市保土ヶ谷区常盤台 79-5 TEL 045-339-4243 FAX 045-348-4565

と事後分布を示す。事前分布は各パラメータの基準値に対し既往研究³⁾を参考に決定した不確実性を与え、そのばらつきに対応した一様分布を設定した。梁モデルにおける不確実性の与え方は、例えば上部工は桁と床版を1本の部材にまとめて表すため、密度Dの不確実性は詳細モデルのものよりも大きくなり10%とした。

事後分布推定の際には計測で得られるモードを使用し推定結果をみると、両モデルともほとんどのパラメータにおいて不確実性が低減していることがわかる。特に詳細モデルの桁のヤング率 E_s や床版の密度 D_c 、梁モデルの上部工換算断面二次モーメント I において大きく低減した。また、事後分布の平均値をみると、両モデルともヤング率は初期値よりも小さく、密度は大きくなっており同様の傾向がみられた。図2に梁モデルのパラメータに対して得られた事後分布を示す。

表2 詳細モデル事前分布と事後分布推定結果

パラメータ	事前分布		事後分布	
	基準値 (初期値)	不確実性 (ばらつき)	平均値	変動係数
$E_s[N/m^2]$	2.00E+11	5%	1.92E+11	3.0%
$D_s[kg/m^3]$	7700	5%	7811	4.7%
V_s	0.3	10%	0.307	9.4%
$E_c[N/m^2]$	2.15E+10	5%	2.11E+10	5.0%
$D_c[kg/m^3]$	2450	5%	2538	3.2%

表3 梁モデル事前分布と事後分布推定結果

パラメータ	事前分布		事後分布	
	基準値 (初期値)	不確実性 (ばらつき)	平均値	変動係数
$E[N/m^2]$	2.00E+11	5%	1.98E+11	5.0%
$D[kg/m^3]$	9600	10%	9905	8.7%
$I[N/m]$	0.566	10%	0.531	7.0%

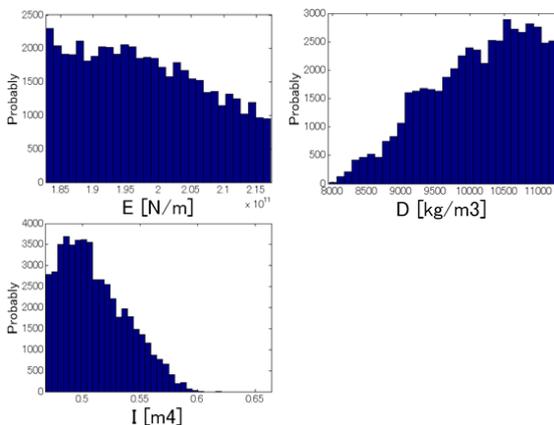


図2 梁モデルで推定された事後分布

4.3 モデルキャリブレーション

モデルキャリブレーションは、各パラメータの事後分布の平均値を使って行った。詳細モデル、梁モデルにおいて、キャリブレーションしたモデルの解析結果

を表4、表5に示す。計測データとの固有振動数の差 Δ を比較すると、詳細モデルでは曲げ一次モード以外のモードで、梁モデルでは全てのモードで、初期モデルよりも計測データに近い値となっており、いずれのモデルにおいても有効にキャリブレーションできた。

表4 詳細モデルキャリブレーション結果

モード	計測データ	Nominal model		Calibrated model	
	平均(Hz)	解析値(Hz)	Δ	解析値(Hz)	Δ
曲げ一次	2.56	2.15	-15.9%	2.08	-18.5%
ねじれ一次	4.91	5.09	+3.7%	4.92	+0.2%
曲げ二次	6.68	7.42	+11.2%	7.19	+7.8%
ねじれ二次	9.53	10.93	+14.7%	10.58	+11.0%
曲げ三次	13.36	14.16	+6.0%	13.74	+2.8%

表5 梁モデルキャリブレーション結果

モード	計測データ	Nominal model		Calibrated model	
	平均(Hz)	解析値(Hz)	Δ	解析値(Hz)	Δ
曲げ一次	2.56	2.74	+7.2%	2.56	+0.1%
曲げ二次	6.68	8.69	+30.2%	8.06	+20.7%
曲げ三次	13.36	15.97	+19.6%	15.00	+12.3%

5. 結論

本研究では、既存橋梁の数値モデルをベイズ推定によりキャリブレーションする際のモデル化の違いによる影響を検討した。その結果、詳細モデルと梁モデルの両モデルとも有効にキャリブレーションすることが可能であることが確認できた。また、両モデルにおいてヤング率、密度の事後分布の傾向が同様であったことから、耐震設計において時刻歴応答解析を行う前に、本研究のように振動試験をしておくことで固有振動数に対する感度の高いパラメータの線形領域の不確実性だけ先に低減しておくことが可能になると考えられる。

参考文献

- 1) 西尾真由子, 藤野陽三: ベイズ推定による既存構造物数値モデルの不確実性定量化とキャリブレーション, 土木学会論文集 Vol.16,I_711-I_718, 2013
- 2) Dave Higdon, Jim Gattiker, Brian Williams, Maria Rightley, : Computer Model Calibration Using High Dimensional Output, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.103,pp.570-583, 2008
- 3) 村越潤ら: 鋼道路橋の部分係数設計法に関する研究—鋼桁橋の照査項目を対象として信頼性指標 β の評価と抵抗係数の設計に関する検討—, 土木研究所資料, 第4141号, 2009