

AR 係数の再構築による橋梁振動ヘルスマモニタリングの精度向上に関する基礎的研究

京都大学 学生会員 ○北内 壮太郎
 京都大学 正会員 金 哲佑
 京都大学 正会員 杉浦 邦征

1. はじめに

実用的な橋梁振動ヘルスマモニタリング手法の開発を目指す過程で、著者らはこれまで、橋梁の交通振動を AR モデルで定式化し、さらに損傷検知精度の向上のために、同定結果のばらつきが振動数や減衰定数より相対的に少なかった AR 係数を直接利用する指標 (以下 DI) の変化に着目している¹⁾。一方、実橋梁に対する様々な外的作用の影響から、DI に着目しても観測毎にばらつきは避けられない。そこで本研究では、同定結果の代表的な情報を保持しつつ余分な情報を減らすことで、同定結果のばらつきの抑制を可能にするために、観測毎の同定 AR 係数で構成される観測行列を対象に主成分分析(PCA)²⁾を行う。PCA により得られる重み行列を用い AR 係数を再構築し、最終的にばらつきを抑えた振動数と DI の再推定を行う。また、再推定 DI を用いる損傷検知の可能性についても考察する。

2. 損傷実験および着目指標

検討対象橋梁は 9 径間連続鋼ゲルバートラス橋の第 6 径間である(Fig.1 参照)。計測点は 14 点、サンプリング周波数は 200Hz であり、車両進入側から 4 本目の斜材を破断させることで損傷を模擬し、単一車両を 10km/h (SCN1), 20km/h (SCN2), 40km/h (SCN3)で走行させ、健全時(INT)から損傷時(DMG)への DI の変化を捉える。着目指標としては、1 つの観測点で定式化される単次元 AR モデル(式(1)参照)から推定される振動数および DI(Damage Indicator: 式(2)参照)^{1,3)}を用いる。したがって、いずれの指標も AR 係数の関数である。

$$y(k) + \sum_{i=1}^p a_i y(k-i) = e(k) \tag{1}$$

$$DI = |a_1| / \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \tag{2}$$

ここで $y(k)$ は離散時刻 k における出力、 p はモデル次数、 a_i は i 次 AR 係数、 $e(k)$ は誤差を表す。

3. 主成分分析 (PCA)

PCA は、変数間の関係を把握するための総合的指標(主成分)を明らかにする統計的手法である²⁾。PCA により変数間の関係に及ぼす影響の少ない情報が特定できるため、同定される AR 係数の代表的な情報を保持しつつ余分な情報を減らすことで、AR 係数のばらつきの影響を抑えられると考える。本研究では単次元 AR モデルの i 次 AR 係数 a_i を変数とみなす。こうして AR 係数を変数とみなし得られる観測行列 \mathbf{X} に特異値分解を適用する。

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{P}^T \tag{3}$$

ここで、 $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \dots, \sqrt{\lambda_i}, \dots, \sqrt{\lambda_k})$ は \mathbf{X} の特異値行列、 $\mathbf{P} = [\omega_1 \ \dots \ \omega_i \ \dots \ \omega_k]$ は重み行列、 \mathbf{U} はユニタリ行列である。 λ_i は観測行列 \mathbf{X} の共分散行列の固有値、 ω_i は第 i 主成分の結合係数ベクトルを表す。第 i 主成分とは、 k 個の変数が示す分布の基底ベクトルの中で i 番目に影響の大きい成分のことであり、 λ_i は第 i 主成分の分散である。したがって固有値は $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ の順に小さくなる。また、全観測回数 N , k 次 AR モデルによる観測行列は式(4)に示す。

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N,1} & \dots & a_{N,k} \end{bmatrix} \tag{4}$$

PCA では、各主成分が元のデータに含まれる特徴をどの程度表現しているかを明らかにすることが重要である。そこで、第 m 主成分までの主成分が元のデータの情報量に占める割合を示す指標である累積寄与率 AP_m (Accumulated Proportion) を式(5)より求める。

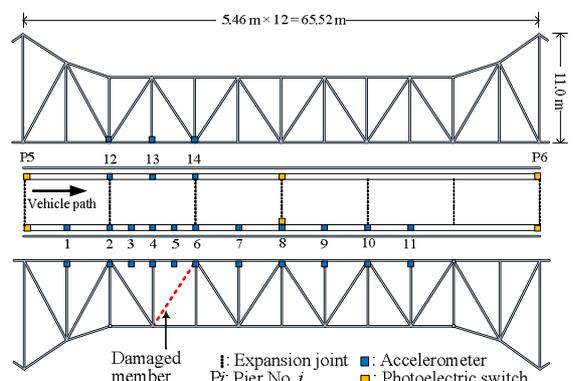


Fig.1 Observation span and sensor deployment map.

キーワード：AR 係数, ばらつき, 主成分分析, 再構築, 実橋損傷検知

連絡先：〒615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂 京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 Phone: 075-383-3421

$$AP_m = \frac{\sum_{i=1}^m \lambda_i}{\sum_{i=1}^k \lambda_i} \quad (5)$$

例えば AP=70%を考慮すると、元のデータが持つ特徴の 70%を表現できる主成分の次数 m を決めることができる。また、第 m 主成分までの結合係数ベクトルから成る重み行列 $\mathbf{P}_m = [\boldsymbol{\omega}_1 \ \cdots \ \boldsymbol{\omega}_m]$ を用い、式(6)のように観測行列が再構築される。

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X} \mathbf{P}_m \mathbf{P}_m^T = \begin{bmatrix} \hat{a}_{1,1} & \cdots & \hat{a}_{1,k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{a}_{N,1} & \cdots & \hat{a}_{N,k} \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 $\hat{a}_{n,i}$ は観測回 n 回目の再構築される i 次 AR 係数である。つまり AP=70%においては、再構築される観測行列 $\hat{\mathbf{X}}$ は元々の観測行列 \mathbf{X} の持つ情報量の 70%を持つことになる。

4. AR 係数の再構築による各指標の再推定

累積寄与率 70%を用いて AR 係数を再構築し、再構築される AR 係数から推定した振動数の一例を Fig.2 に示す。Fig.2 には INT の走行速度 40km/h(SCN3)における自由振動(FrV)を用いて観測点 11 で得られた検討結果を示しており、再構築前の振動数(Fig.2(a))も併せて載せている。ただし、車両が着目径間を退出した後の加速度を自由振動としているが、9 径間連続橋の 6 径間目が着目径間であり、純粋な自由振動ではない。Fig.2 より、同定される振動数のばらつきが少なくなっており、AR 係数の再構築による同定 AR 係数のばらつき低減の可能性が見出せる。

DI についても同様にして再推定を行う。なお、損傷に起因する損傷指標のばらつきより、同定結果そのもののばらつきが大きい場合、損傷の検知が難しいことから、損傷検知指標として用いる DI については各状態(INT, DMG)における推定結果の変動係数(CV)と、損傷前後の変化率(CR= $DI_{DMG}-DI_{INT}/DI_{INT}$)に着目する。Fig.3 には INT および DMG の走行速度 40km/h(SCN3)における自由振動(FrV)を用いて全観測点で得られた同定 DI のばらつきを示している。Fig.3 より、再推定される DI の変動係数が小さくなり、ほとんどゼロとなっていることが分かる。一方で、変化率は概ね同じような大きさを保持しているため、AP=70%を用いれば、損傷前後の単純比較による損傷検知の可能性が見出せる。

5. 結論および課題

主成分分析による AR 係数の再構築が、同定振動数および DI のばらつきの抑制につながる可能性を見出せた。損傷指標としている DI の再推定については、同定される DI の変動係数を劇的に小さくできること、すなわち、再推定により同定精度が格段に向上することがわかった。本研究は AR 係数の再構築が損傷検知に及ぼす影響についての基礎的検討であるため、今後は損傷前後の変化率がどの程度の値を越えたときに「損傷」と判断すべきかの閾値に関する検討等を行う必要がある。また、損傷検知に最適な累積寄与率に関する検討も必要である。

[参考文献]

- 1) 金 哲佑, 北内壮太郎, 杉浦邦征, 川谷充郎, 甲斐正義: 多径間連続鋼トラス橋の交通振動を用いた損傷検知手法, 土木学会論文集 A, Vol.69, No.3, pp.557-571, 2013.
- 2) 加納 学: 初心者向けテキスト, 主成分分析, 1997. <http://manabukano.brilliant-future.net/document/text-PCA.pdf>
- 3) Nair, K.K., Kiremidjian, A.S. and Law, K.H.: Time series-based damage detection and localization algorithm with application to the ASCE benchmark structure, *J. of Sound and Vibration*, Vol.291, No.1-2, pp.349-368, 2006.

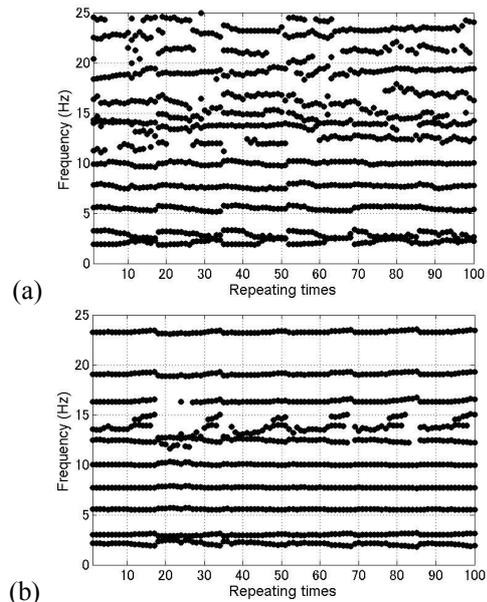


Fig.2 Estimated frequencies by Single AR model (order=100) at point 11 using Free Vibration: (a) before dimensionality reduction; (b) after dimensionality reduction with AP=70%.

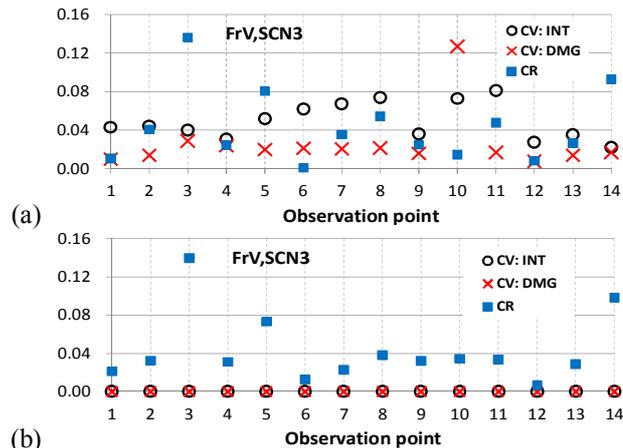


Fig.3 Coefficient of Variation (CV) and Change Rate (CR) of estimated DI w.r.t. observation points (SCN3=40km/h): (a) before dimensionality reduction; (b) after dimensionality reduction with AP=70%.