

一軸圧縮を受けるコンクリート円柱供試体の二次元弾性解析

足利工業大学 正 会 員 ○ 末武 義崇
 足利工業大学 正 会 員 松村 仁夫
 足利工業大学 正 会 員 黒井登起雄

1. まえがき

近年、超高強度コンクリートの開発・普及に伴って、圧縮試験における供試体加圧部端面の平面性、加圧応力分布の定性的および定量的な把握が重要になってきている。こうした課題に対応する一つの手法として、圧力測定フィルムを用いた加圧部端面の圧力分布測定¹⁾が注目されている。一方、一軸あるいは三軸圧縮を受ける円柱供試体の弾性解析についても、古くから多くの研究^{2),3)}が試みられている。

本報告は、文献2)と同様に、一軸圧縮を受けるコンクリートの円柱供試体に関する二次元弾性解析を行ったものである。当面の目標は、圧力測定フィルムを用いた実験結果と解析結果とを比較することであるが、今回はその前段階として、弾性論に基づく解析解の誘導を試みる。文献2)が応力関数の導入によって解を誘導しているのに対し、本報告では幾何学的境界条件を満足する変位場の仮定から出発し、解析解を求めている。特に、数値的に収束する解が得られるかどうかの確認に重点を置いて検討を行った。

2. 圧力測定フィルムを用いた圧縮試験の概要

筆者らの一部が行っている実験では、コンクリート供試体に対する圧縮試験において、試験機の加圧板と供試体との間に圧力測定フィルムを挟んで端面の圧力分布を測定している。使用するフィルムは、1枚の支持体に発色剤層と顕色剤層を塗布して作成されたものである。本報告は、弾性解析を主題としているから、実験の詳細については省略するが、得られた測定結果の一例を図1に示しておく。

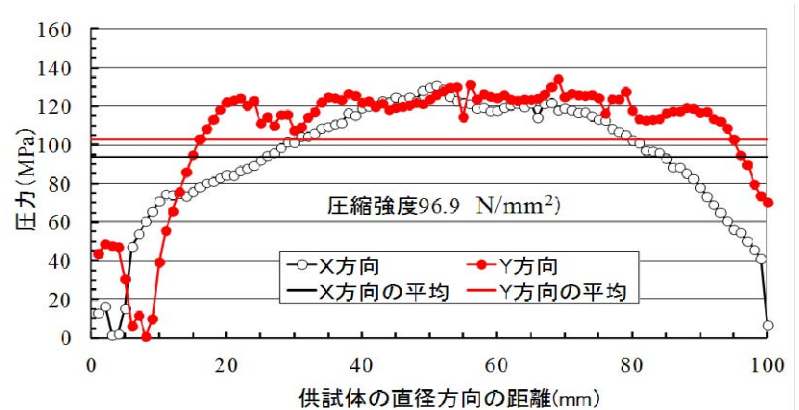


図1. 高強度コンクリートの圧縮破壊時における圧力分布

図1は、圧縮試験によって発色した圧力測定フィルムを画像読み取り用スキャナーで読み取り、専用の圧力画像解析ソフトシステムを用いて作成した圧力分布図の例である。図1に示した結果は、フィルムと供試体端面の間にテフロンシートを挟み、端面に生ずる摩擦力を極力低減した場合の実験結果である。

3. 円柱供試体の二次元弾性解析

本報告では、一軸圧縮を受ける円柱供試体を軸対象問題として弾性解析を行う。解析対象とする円柱および座標系を図2に示す。変形が円柱の中心軸となる z 軸に関して対象であるから、 z 軸上では半径方向変位 u_r およびせん断ひずみ γ_{rz} がゼロとなる。また、中央面 $z=0$ に関し上下の変形も対象であるとすれば、中央面 $z=0$ において、 z 軸方向変位 u_z およびせん断ひずみ γ_{rz} がゼロとなる。これらの幾何学的境界条件を考慮し、本研究では、軸方向に三角関数、半径方向に Bessel 関数を用いた変位関数の級数表示を仮定した。仮定した級数を等方弾性体の基礎方程式に代入し、未定関数に関して得られた連立常微分方程式を解き、供試体の表面における力学的境界条件を適用すれば、応力関数を用いることなく、変位 u_r および u_z の解析解を直接誘導することができる。力学的境界条件の適用に当たり、加圧部端面を含む供試体の全表面においてせん断応力がゼロになると仮定することで、変位 u_r および u_z の解として次式のような表示が得られる。

キーワード：円柱，軸対象問題，二次元弾性解析，Bessel 関数，変形 Bessel 関数，圧力測定フィルム

〒326-8558 足利市大前町 268-1 足利工業大学 建築・社会基盤学系 TEL: 0284-22-5681 FAX: 0284-64-1061

$$\begin{cases}
 u_r(r, z) = \sum_{j=1}^{\infty} B_j [\lambda_j r I_0(\lambda_j r) - \{2(1-\nu) + \lambda_j R \frac{I_{0j}}{I_{1j}}\} I_1(\lambda_j r)] \cos \lambda_j z \\
 \quad + \sum_{k=1}^{\infty} F_k \left\{ \left(\frac{1-2\nu}{\rho_k} - h \cdot \frac{ch_k}{sh_k} \right) \cosh \rho_k z + z \sinh \rho_k z \right\} J_1(\rho_k r) \\
 u_z(r, z) = - \sum_{j=1}^{\infty} B_j \left[\{2(1-\nu) - \lambda_j R \frac{I_{0j}}{I_{1j}}\} I_0(\lambda_j r) + \lambda_j r I_1(\lambda_j r) \right] \sin \lambda_j z \\
 \quad + \sum_{k=1}^{\infty} F_k \left[\left\{ \frac{2(1-\nu)}{\rho_k} + h \cdot \frac{ch_k}{sh_k} \right\} \sinh \rho_k z - z \cosh \rho_k z \right] J_0(\rho_k r) \\
 ; \quad \lambda_j \equiv j\pi/h, \quad I_{\alpha j} \equiv I_{\alpha}(\lambda_j R) \quad (\alpha=0, 1)
 \end{cases} \quad (1)$$

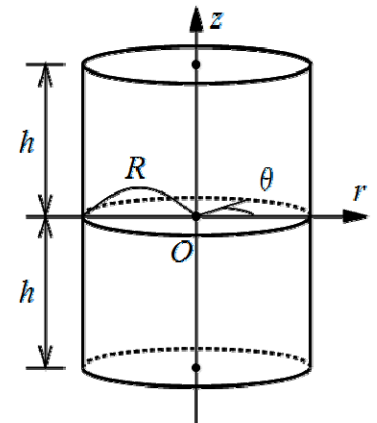


図2．円柱供試体および座標系

ここで、 J_n および I_n は n 次の Bessel および変形 Bessel 関数であり、 $\rho_k R$ は 1 次の Bessel 関数 J_1 のゼロ点に対応している。また、 ν は Poisson 比、 B_j および F_k は任意定数である。側面 ($r = R$) における垂直応力 σ_r がゼロとなる条件により、 B_j を F_k で表すことができる。残った F_k は、端面における境界条件を適用することで決定することができる。

4．数値計算結果

本報告では、加圧部端面における圧力分布を仮定し、具体的な数値計算を行った。ここでは、図1に示した圧力分布の測定結果を参考に、端面で放物線状に分布する圧力分布を仮定した。すなわち、端面における力学的境界条件として、 $\hat{\sigma}_z(\hat{r}, 1) = -(\hat{\sigma}_0 + \hat{\sigma}_1 \hat{r}^2)$ となるような圧縮力の分布を導入した。なお、 $\hat{r} \equiv r/R$ は無次元化座標であり、 $\hat{\sigma}_z \equiv \sigma_z/2G$ は G をせん断弾性係数として定義した無次元化軸方向垂直応力である。本報告では $\hat{\sigma}_0 = 0.1$ 、 $\hat{\sigma}_1 = -0.02$ として計算を行った。また、供試体の寸法は $r/R = 2.0$ 、Poisson 比は $\nu = 0.2$ とした。式(1)における級数の項数については、半径方向および軸方向共に同数とし、10項から40項まで変化させた。

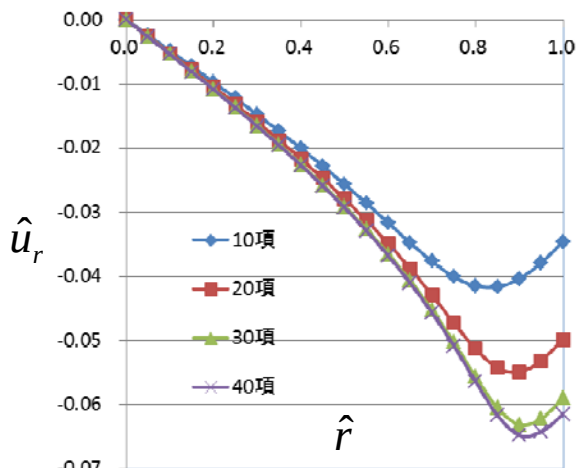


図3．加圧部端面における半径方向変位分布

解析結果の一例を図3に示す。図3は、端面における半径方向変位分布を表しており、横軸に無次元化変位 $\hat{r}$ 、縦軸に無次元化変位 $\hat{u}_r \equiv u_r/R$ をとって図示したものである。現状では、予備計算の段階に過ぎないため、変形挙動に関する具体的な考察は避けることにする。しかしながら、図に示した結果から明らかなように、級数の項数の増大に伴って、数値的には収束する解が得られていることが分かる。この傾向は、側面における変位分布についても同様の結果が得られている。

5．まとめ

本報告では、一軸圧縮を受ける円柱供試体に関し、弾性論に基づく解析解を誘導した。解の誘導に際しては、応力関数を導入せず、直接的に変位関数を解として求めた。数値計算を通じ、解が数値的に収束することを確認した。今後は、解の妥当性の検討や実験結果との比較を行い、圧力測定フィルムを用いた実験結果の解釈に誘導した解析解を活用していく予定である。

参考文献：1) 松村・黒井：コンクリートの圧力解析における圧力測定フィルムの画像処理方法，コンクリート工学年次論文集，Vol.35，pp.397-402，2013. 2) 渡辺：載荷端面での半径方向変位を拘束された軸対象有限円柱の弾性解析，土木学会論文集，No.450/I-20，pp.85-94，1992. 3) 吉田・吉田・畑中・水野：端面摩擦による拘束を受ける一軸圧縮下の円柱コンクリートの三次元有限要素解析，Vol.25，pp.365-370，2003.