２層系地盤伝達関数による級数展開を用いた地盤増幅特性の重ね合わせ表現

京都大学防災研究所　正会員　○後藤 浩之

1.　はじめに

表層地盤の増幅特性は地震ハザードを理解する上で重要な要素のひとつである．従来，様々な方法で増幅特性をモデル化する試みがなされてきたが，広い範囲で面的に評価するためには，AVS30 などの単純化された指標に頼らざるを得なかった．単純でありながらも物理的背景を持つような構造によって面的に評価するためには，実際の増幅特性と単純な構造との間の理論的関係を整理しておくことが望ましい．

既往の研究 [1),2)] では，単純な構造として非減衰の２層系を採用し，その伝達関数の列によって任意の関数が級数展開可能であることが示されている．本発表では，この級数展開を計算機上で正しく実行するための離散表現の可能性について説明した上で，その応用として２層系の重ね合わせによって地盤増幅特性をモデル化する方法を紹介する．

2.　２層系伝達関数による級数展開の離散表現

実数 $\omega \in [0,\Omega]$ で定義される任意の L^2 関数 $f(\omega)$ に対して次のような級数展開を与えることができる [2)]．

$$f(\omega) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n a_n(\omega) + \sum_{n=1}^{\infty} d_n a_n^*(\omega). \qquad (1)$$

ここに，b_0, b_n, d_n は複素係数である．$a_n(\omega)$ は次のように定義される基底で，$a_n^*(\omega)$ はその複素共役である．

$$a_n(\omega) \equiv \frac{\sqrt{r}}{\cos(2\pi n\omega/\Omega) + ir\sin(2\pi n\omega/\Omega)}. \qquad (2)$$

r は正の実数で，a_n の形状を規定するパラメータである．

ω を角振動数とすると，a_n は非減衰の表層と基盤とからなる２層系地盤伝達関数のスカラー倍（$\sqrt{r}/2$ 倍）に一致する．すなわち，a_n に２層系の地盤モデルを対応させる事ができて，このとき r は表層と基盤のインピーダンス比を表し，$\omega_n = \Omega/4n$ は最も低次の固有角振動数を表す．そして，$f(\omega)$ が地盤増幅特性である場合には，式 (1) で与えられる級数展開はその増幅特性を２層系の伝達関数の重み付き和で表現したものと解釈する事もできる．

実際に計算機上で級数展開を実行するためには，その離散表現が必要である．具体的な導出は割愛するが，離散基底 a_{nk}（$k, n = 1, \ldots, N$）を次のように定義すると，

$$a_{nk} \equiv \frac{\sqrt{r}}{\cos(2\pi nk/N) + ir\sin(2\pi nk/N)}, \qquad (3)$$

任意の離散関数 f_k を a_{nk} の重ね合わせによって次のように級数表現することができる．

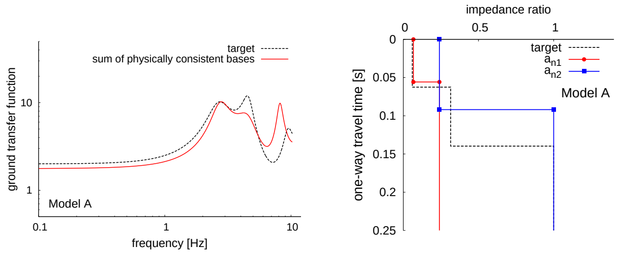
$$f_k = \sum_{n=1}^{N} c_n a_{nk}. \qquad (4)$$

ここに，c_n は複素係数で b_n と d_n から一意に与えられる．すなわち，任意の離散関数 f_k に対して基底 a_{nk} を定めると式 (4) で表現できる展開が存在し，その展開係数は一意に与えられる．これは，離散基底 a_{nk} による級数展開が存在することを意味する．

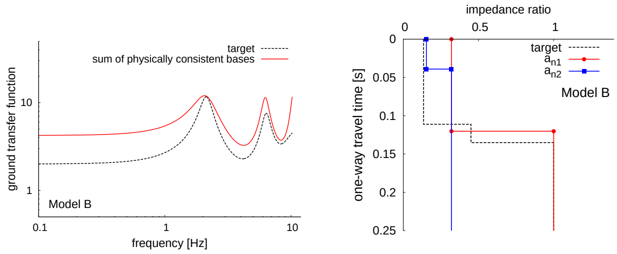
キーワード　地盤震動，地盤伝達関数，級数展開
連絡先　〒 611-0011　京都府宇治市五ヶ庄　京都大学防災研究所　TEL 0774-38-4067

3.　２層系伝達関数による重ね合わせ表現

r と N が定まると級数展開を一意に与えることができるが，f_k の定義域に合わせて N を定めると，重ね合わせ表現において考慮したい伝達関数を必ずしも基底として含めることができない．このため，考慮したい伝達関数を含むように定義域 M より大きな N を採用し，定義域外の不定の f_k を何らかの規範で定めることにする．この問題は連続関数の場合にも生じるが，既往の研究ではペナルティ法によって定める方法を採用していた [2]．本研究では，定義域 M より大きな次数 n における係数 c_n が 0 であると仮定することで，級数表現を導く．その上で，代表とするいくつかの項の和が f_k に近くなるように r を定める．すなわち，適切な r を設定することで，少ない項数で元の離散関数を表現することを目指す．



(a) Model A



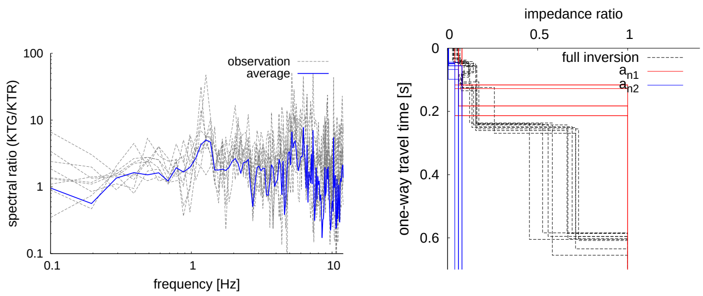
(b) Model B

図–1　３層系伝達関数の２層系による重ね合わせ表現

３層系の地盤伝達関数を２つの２層系伝達関数の和として表現するために，上述の方法で N と r を定め，その結果を示したものが**図–1** である．両モデルとも元の地盤伝達関数をよく再現しており，かつ２つの伝達関数に対応する２層系のモデルは，３層系のモデルとよい対応を示している．

4.　実データへの適用例

岩盤観測点とみなせる京大桂キャンパス（KTR）と，約 1km 離れた堆積層上の観測点 KTG との間で観測記録の水平動のスペクトル比を取り，これを KTG の増幅特性と仮定して [3]，２層系伝達関数による重ね合わせ表現を試みた．９地震のスペクトル比それぞれに対して重ね合わせ表現として最適な２つの２層系伝達関数を求め，それを図示したのが**図–2** の右図である．なお，観測スペクトル比の平均値に適合するように推定した６層系の参照モデルも併せて示している．深い構造（片道走時 0.6 秒ほど）の構造境界ではないが，0.05 秒や 0.25 秒付近の明瞭な構造境界に対応して，２つのモデルが適切に求められているようである．



図–2　実データを用いた重ね合わせ表現の事例

このような重ね合わせ表現について，その他の事例でもモデルと良い対応を示すか，どの程度の誤差を含むものなのか，について今後様々なアプローチで検証して行く予定である．

参考文献

1) 後藤浩之：非減衰２層系地盤伝達関数列による多層系地盤伝達関数の級数展開，土木学会全国大会第 68 回年次学術講演会概要集，2013.
2) Goto, H.: Series expansion of complex ground amplifications with a sequence of simple transfer functions, *Earthquake Engng. Struct. Dyn.*, in printing.
3) Goto, et al.: Direct estimation of near-surface damping based on normalized energy density, *GJI*, 194, pp.488-498, 2013.