

多層版解析における OMNIBUS 法の開発について

(株)井沢設計 正会員 ○廣瀬 清泰
 (株)セーフティア일랜드 正会員 鍋島 益弘
 大阪工業大学名誉教授 正会員 堀川都志雄

1. はしがき

全周単純支持される多層版の級数による解析法には調和解析法と選点法がある。厳密解が得られる前者は制約条件から利用範囲に限界があり、離散化手法の后者は、剥離等の接合界面をもつ多層版解析で威力を発揮する自由度を有するが、収束精度上で問題点がある。著者らは演算時間と精度の観点から、調和解析法と選点法を組み合わせる併用法を提案した¹⁾。併用法による全周単純支持版の例では、計算時間は選点法のみに比べて約 1/15～1/20 にまで短縮されていた。一方ある層の端辺が単純支持と異なる境界条件を有する場合に対して、厚板理論を特解に薄板理論を同時解とする混合法に、一方向を調和解析法、他の方向を選点法とする STRIP 法を展開して、自由辺を有する古典解との比較や、変厚部近傍に部分荷重を受ける多層版を例に、STRIP 法の妥当性を明らかにした²⁾。しかし任意層の接合界面で不連続性を持たせるまでには至っていない。

本研究では上記の欠陥を是正するために、調和解析法、STRIP 法および選点法のそれぞれの長所を生かす OMNIBUS 法を開発し、任意層の端辺が自由境界で、かつ接合界面で剥離域を内包する多層版の解析を試みる。

2. OMNIBUS 法の概要

版の水平面内に x 軸の原点を支持辺上に、 y 軸を中央線上に置く。またそれらと直交する z 軸を各層の中央面に設置する。本報告では紙面の関係上、 y 方向の中央線に関して正対称性を有する場合に限定して議論を進める。

調和解析法および STRIP 法は Galerkin-vector f_3 と Boussinesq 関数 θ_3 の変位関数から誘導され、これらの基礎式を以下に示す³⁾。

$$\Delta \Delta f_3 = 0, \quad \Delta \theta_3 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta (= \partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2) : 3 \text{次元ラプラシアン}$$

上述の調和解析法、STRIP 法は式(1)の変位関数をもとに構成される。

OMNIBUS 法は、単純支持条件となる層には調和解析法を、自由辺等の境界条件をもつ層には STRIP 法をあてがい、かつ不連続性を示す界面に選点法を適用することで構成される。すなわち STRIP 法により層端辺での境界条件の取扱いが自由になり、また選点法を用いることで不連続性界面の導入も可能になる(図-1)。

3. OMNIBUS 法と併用法との比較

OMNIBUS 法の妥当性を検討するために、全周単純支持され、かつ全ての界面が完全接合される正方形多層版が等分布満載荷重 q を受ける例を取上げる。多層版の諸元を次に示す。

スパン比 $b/a = 1.0$ 、版厚比 $h/a = 0.1$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ 、弾性係数を E とする。また各層は等厚で全版厚 h を 5 層割としている。

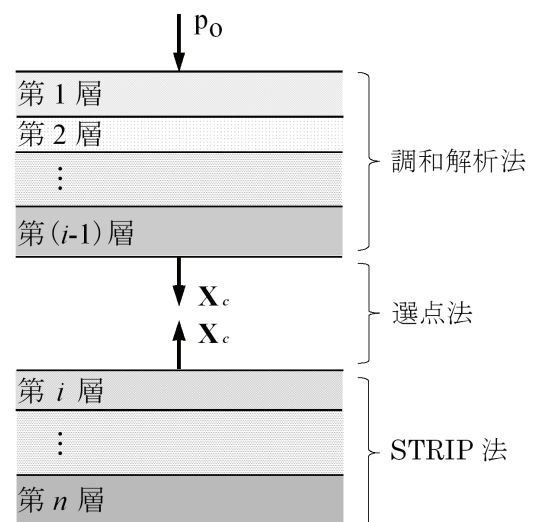


図-1 OMNIBUS 法の概念図

キーワード OMNIBUS 法, STRIP 法, 併用法, 選点法, 多層版解析, 剥離

連絡先 〒581-0019 大阪府八尾市南小阪合町 5 丁目 8-30 株式会社 井沢設計 TEL072-998-2723 FAX072-998-2768

表-1 調和法, OMNIBUS 法および併用法の比較 ($x/a = 0.5$, $y/a = 0$)

項 目	調和法	OMNIBUS 法	併用法
$w_u E/qa$	46.00	46.26	46.01
$w_l E/qa$	45.96	45.37	45.96
σ_{xu}/q	-29.00	-29.08	-28.99
σ_{xl}/q	28.86	28.72	28.86

*添字 u と l は最上面と最下面を表す

表-2 調和解析法と OMNIBUS 法の比較 ($x/a = 0.5$)

項 目	調和解析法*		OMNIBUS 法	
y/a	0.00	0.05	0.00	0.05
$w_u E/qa$	1.371	1.311	1.382	1.320
$w_l E/qa$	1.325	1.288	1.342	1.307
σ_{xu}/q	-2.132	-1.701	-2.196	-1.730
σ_{xl}/q	1.720	1.537	1.637	1.503
σ_{yu}/q	-2.132	-1.574	-2.175	-1.579
σ_{yl}/q	1.720	1.420	1.538	1.530

*調和解析法は全周単純支持版の値である

本解析法では第 1 と 2 層に調和解析法を用い, 第 3~5 層までを STRIP 法とし, 選点法を適用する接合界面を第 2 層と第 3 層間の界面に設定する. なお選点法および STRIP 法における分割数はともに 10 である.

版中央点での最上・下面でのたわみと応力に着目し, OMNIBUS 法と併用法での比較を表-1 にまとめる. 併用法は 10 分割程度で厳密解である調和解析法とよく一致しているが, OMNIBUS 法では若干の誤差が現れてくる. 第 3~5 層について併用法では, 伝達力を連続関数として扱う調和解析法を採用するのに対して, OMNIBUS 法ではこれらの層に STRIP 法による離散化手法を適用しているためと推察される.

4. ある層の端辺が異なる支持条件をもつ多層版の数値計算例

第 4 と 5 層の $y/b = 0.5$ の端辺が自由辺で, 他の層が単純支持境界の多層版に部分荷重 q (面積: $0.1a \times 0.1a$) が作用する場合の例を示す, 多層版の諸元は以下の通りである.

スパン比 $b/a = 1.0$, 版厚比 $h/a = 0.1$, ポアソン比 $\nu = 0.3$, 弾性係数を E とする. 各層の版厚は第 1 層~3 層までの版厚を $0.03a$, 第 4 と 5 層の版厚を $0.005a$ で, STRIP 法での分割数は 10 である.

版中央部近傍でのたわみと応力の比較を表-2 に示す. なお $y/a = 0.05$ は荷重端部の位置である. 第 4 と 5 層の端辺が自由であるため, OMNIBUS 法の値は調和解析法よりも大きくなっており, 多層版全体としての曲げ剛性が低いことを表している.

5. まとめ

OMNIBUS 法では混合法を採用しているので, 自由辺等の境界条件を取り込むことができる. また選点法の特性を保持しているため, 剥離等の不連続部を有する際の解析が可能になる.

参考文献

- 1) 三上, 高島, 廣瀬, 堀川: 調和解析法と選点法からなる併用法による多層版の数値解析, 構造工学論文集, Vol.60A, pp.1134-1139, 2014.
- 2) 廣瀬, 鍋島, 堀川: 自由辺を有する多層版の混合法による数値解析, 土木学会第 68 回年次学術講演会, I-438, 平成 25 年 9 月.
- 3) K.Sonoda and T.Horikawa: Displacement functions for an orthotropic elastic body and their applications to thick plate problems, Theo.Appl.Mech., Vol.29, 1979, pp.117-126.