

拡張下負荷面モデルを用いた繰返し変形解析における 時間域均質化法の援用

新潟大学大学院自然科学研究科 学生員 大窪 和輝
新潟大学大学院自然科学研究科 正会員 紅露 一寛
新潟大学工学部建設学科 正会員 阿部 和久

1. はじめに

現在、日本では多くの列車が走り、その路線の多くではバラスト道床が採用されている。バラスト道床の変形挙動を知ることは、軌道の維持管理上、重要な課題である。

そのため本研究では、拡張下負荷面モデル¹⁾を使用しバラスト材の繰返し変形挙動の表現を試みてきた²⁾。しかし、工学的に意味のある変形量を得るまでの時間スケールと、荷重繰返しの時間スケールとに大きな差がある場合、応力履歴を全て追跡する従来の弾塑性解析は、現実的な計算負荷の下で実行することが極めて困難である。

そこで本研究では、拡張下負荷面モデルを用いた繰返し変形解析において時間域均質化法³⁾⁴⁾を適用する。マクロ時間・ミクロ時間の2つのスケールの下での初期値問題を各々定式化し、これらを弱連成条件下で解く手法を構成する。

2. 拡張下負荷面モデル

本研究では、材料の繰返し変形挙動を回転硬化を考慮した下負荷面モデル¹⁾を用いて表す。

微小変形を仮定し、応力速度 $\dot{\sigma}$ はひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ の加算分解および関連流動則を用いて、次式で与える。

$$\dot{\sigma} = E : (\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}^p), \quad \dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda} \bar{N} \quad (\dot{\lambda} > 0) \quad (1)$$

ここで、 E は弾性係数テンソルであり、 $\bar{N}$ は下負荷面の外向き法線を規定するテンソルである。 $\dot{\lambda}$ は正值の比例係数であり、次式で与えられる。

$$\dot{\lambda} = \frac{\bar{N}_{ij} E_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}}{\Lambda + \bar{N}_{ij} E_{ijkl} \bar{N}_{kl}} \quad (2)$$

$$\Lambda = \bar{N}_{ij} \bar{a}_{ij} + \bar{N}_{ij} \bar{\sigma}_{ij} \left\{ \frac{F'}{F} h - \frac{1}{RF} \frac{\partial f(\bar{\sigma})}{\partial \sigma_{ij}} b_{ij} + \frac{U}{R} \right\}$$

なお、 $\bar{\sigma} = \sigma - (1 - R)s$ は下負荷面応力である。 R は正規降伏面に対する下負荷面の相似比、 s は相似中心応力、 H は等方硬軟化変数、 β は回転硬化変数であり、これらの硬化則は次式で与えられる。

$$\dot{H} = \dot{\lambda} h, \quad \dot{\beta} = \dot{\lambda} b, \quad \dot{s} = \dot{\lambda} z, \quad \dot{R} = \dot{\lambda} U \quad (3)$$

ここで、 $F, h, b, \bar{a}, U, z$ は文献²⁾の定義に従う。なお、塑性負荷・除荷状態は、試行応力増分ベクトルと下負荷面の外向き法線ベクトルとの内積に基づき判定する¹⁾。

3. 時間域均質化法

時間域均質化法³⁾⁴⁾とは、評価したい応答がマクロ時間・ミクロ時間スケールの変動成分により構成される場合に、各スケールの変動成分を分離し、各々の連成効果を考慮しながら双方の応答を効率的に評価する方法である。まず、ミクロ時間 τ とマクロ時間 t を定義する。これら2つの時間スケール間には、次の関係が成り立つものとする。

$$\tau = \frac{t}{\zeta} \quad (\zeta \ll 1) \quad (4)$$

このとき、解析において評価対象となる物理量 ϕ は t と τ の関数とみなせるため、次の表現が成り立つ。

$$\phi^\zeta(x, t) = \phi(x, t, \tau), \quad \dot{\phi}^\zeta = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{\zeta} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} \quad (5)$$

本研究では、 $\epsilon, \sigma, H, \beta, R, s$ と、それらの関数である $\dot{\lambda}, h, b, z, U$ が式(6)の性質を有することとなる。

次に、物理量 ϕ をスケール比 ζ について漸近展開する。

$$\phi^\zeta(x, t) = \sum_{M=0,1,\dots}^{\infty} \zeta^M \phi^{(M)}(x, t, \tau) \quad (6)$$

式(1)-(3)の物理量を式(6)のように漸近展開し、 ζ について項別収束の条件を課した上で、漸近展開の1次以上の項を切り捨てる。さらに、式(6)の各々の物理量の0次項の関数 $\phi^{(0)}$ が、マクロ時間にのみ依存する成分 $\check{\phi}$ と、それ以外の成分 $\tilde{\phi}$ の一次結合で分解可能であるとする。

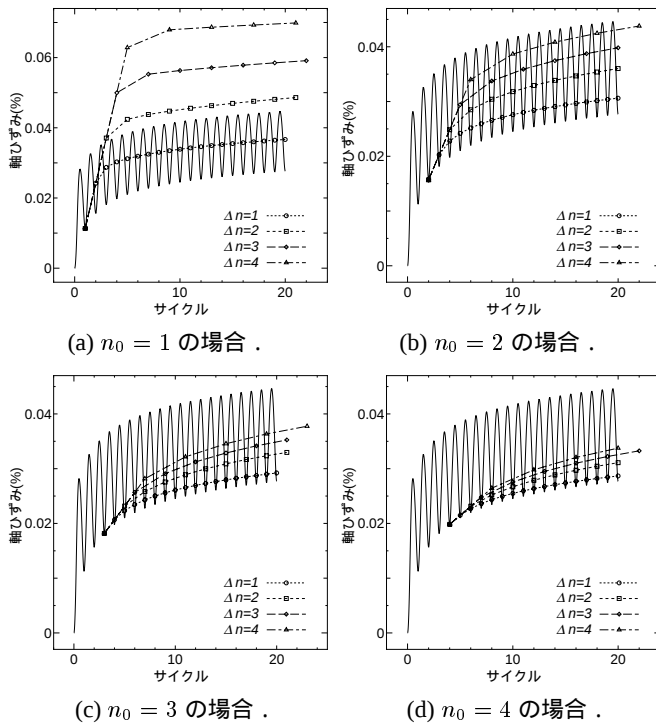
$$\phi^{(0)}(x, t, \tau) = \check{\phi}(x, t) + \tilde{\phi}(x, t, \tau) \quad (7)$$

その結果、 $O(\zeta^{-1})$ の諸式は、ミクロ時間スケールにおける構成則と発展則を次式で与える。

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{ij,\tau} &= E_{ijkl}^{(0)} (\tilde{\epsilon}_{kl,\tau} - \tilde{\epsilon}_{kl,\tau}^p) \\ \tilde{\epsilon}_{ij,\tau}^p &= \tilde{\lambda}_{,\tau} \tilde{N}_{ij}^{(0)} \\ \tilde{H}_{,\tau} &= \tilde{\lambda}_{,\tau} h^{(0)} \\ \tilde{\beta}_{ij,\tau} &= \tilde{\lambda}_{,\tau} b_{ij}^{(0)} \\ \tilde{s}_{ij,\tau} &= \tilde{\lambda}_{,\tau} z_{ij}^{(0)} \\ \tilde{R}_{,\tau} &= \tilde{\lambda}_{,\tau} U^{(0)} \\ \tilde{\lambda}_{,\tau} &= \frac{\tilde{N}_{ij}^{(0)} E_{ijkl}^{(0)} \tilde{\epsilon}_{kl,\tau}}{\Lambda^{(0)} + \tilde{N}_{ij}^{(0)} E_{ijkl}^{(0)} \tilde{N}_{kl}^{(0)}} \end{aligned} \quad (8)$$

Key Words: バラスト道床, 拡張下負荷面モデル, 時間域均質化法

連絡先: 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地 TEL 025 (262) 7274 FAX 025 (262) 7274

図1 各サイクルでの軸ひずみにおける n_0 , Δn の影響 (Case1)

一方、マクロ時間スケールにおける構成則・発展則は、 $O(\zeta^0)$ の諸式をミクロ時間スケールの代表長さ τ_0 について時間平均 $\langle \phi \rangle$ し、平均値の定理を適用することで次式のように導出する。

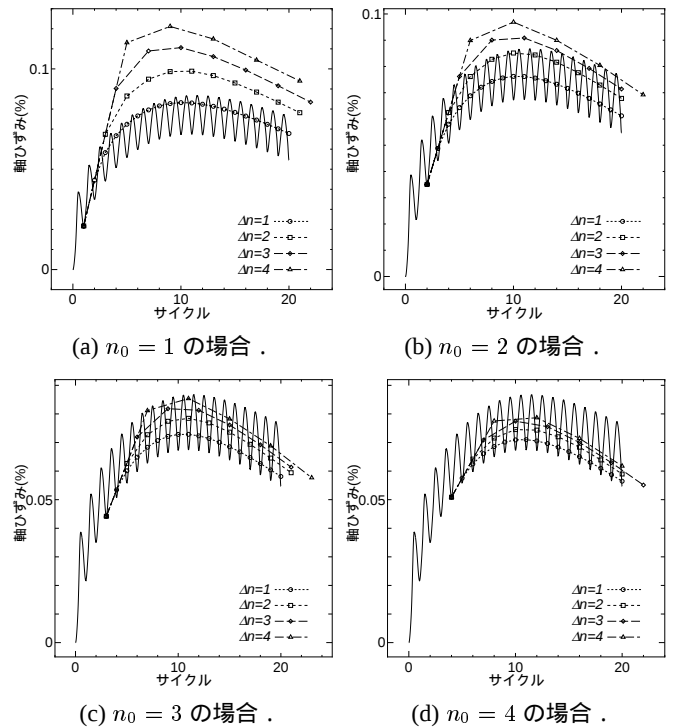
$$\begin{aligned}
 \ddot{\sigma}_{ij,t} + \langle \ddot{\sigma}_{ij} \rangle_t &= \langle E_{ijkl}^{(0)} \rangle (\ddot{\epsilon}_{kl,t} - \dot{\epsilon}_{kl,t}^p) \\
 &+ E_{ijkl}^{(0)} (\tau_1) \langle \ddot{\epsilon}_{kl} \rangle_t - E_{ijkl}^{(0)} (\tau_2) \langle \dot{\epsilon}_{kl}^p \rangle_t \\
 \ddot{\epsilon}_{ij,t}^p + \langle \ddot{\epsilon}_{ij}^p \rangle_t &= \langle \bar{N}_{ij}^{(0)} \rangle \ddot{\lambda}_t + \bar{N}_{ij}^{(0)} (\tau_3) \langle \ddot{\lambda} \rangle_t \\
 \ddot{H}_t + \langle \ddot{H} \rangle_t &= \langle h^{(0)} \rangle \ddot{\lambda}_t + h^{(0)} (\tau_3) \langle \ddot{\lambda} \rangle_t \\
 \ddot{\beta}_{ij,t} + \langle \ddot{\beta}_{ij} \rangle_t &= \langle b_{ij}^{(0)} \rangle \ddot{\lambda}_t + b_{ij}^{(0)} (\tau_3) \langle \ddot{\lambda} \rangle_t \\
 \ddot{s}_{ij,t} + \langle \ddot{s}_{ij} \rangle_t &= \langle z_{ij}^{(0)} \rangle \ddot{\lambda}_t + z_{ij}^{(0)} (\tau_3) \langle \ddot{\lambda} \rangle_t \\
 \ddot{R}_t + \langle \ddot{R} \rangle_t &= \langle U^{(0)} \rangle \ddot{\lambda}_t + U^{(0)} (\tau_3) \langle \ddot{\lambda} \rangle_t \\
 \ddot{\lambda}_t + \langle \ddot{\lambda} \rangle_t &= \left\langle \frac{\bar{N}_{ij}^{(0)} E_{ijkl}^{(0)}}{\Lambda^{(0)} + \bar{N}_{ij}^{(0)} E_{ijkl}^{(0)} \bar{N}_{kl}^{(0)}} \right\rangle \ddot{\epsilon}_{kl,t} \\
 &+ \left(\frac{\bar{N}_{ij}^{(0)} E_{ijkl}^{(0)}}{\Lambda^{(0)} + \bar{N}_{ij}^{(0)} E_{ijkl}^{(0)} \bar{N}_{kl}^{(0)}} \right) (\tau_1) \langle \ddot{\epsilon}_{kl} \rangle_t
 \end{aligned}
 \quad (9)$$

なお、 $\tau_1 = \langle \tau \ddot{\epsilon}_{ij} \rangle / \langle \ddot{\epsilon}_{ij} \rangle$, $\tau_2 = \langle \tau \dot{\epsilon}_{ij}^p \rangle / \langle \dot{\epsilon}_{ij}^p \rangle$, $\tau_3 = \langle \tau \ddot{\lambda} \rangle / \langle \ddot{\lambda} \rangle$ である。

4. 定式化の妥当性の検討

本手法の妥当性を検討すべく、石川らによるバラスト材の大型繰返し三軸試験⁵⁾の応力解析を試みた。拘束圧を $\sigma = -19.6 I(\text{kPa})$ (引張を正) で一定とし、 σ_{33} のみを $-98.0(\text{kPa})$ まで増加させ、その後軸差応力 0 の状態まで戻す・除荷サイクルを繰返す。

本研究では n_0 サイクルまでは通常の増分解析を行い、それ以降でのみ時間域均質化法を適用している。均質化法解析におけるミクロ・マクロ時間解析は、 Δn サイクルに 1 回

図2 各サイクルでの軸ひずみにおける n_0 , Δn の影響 (Case2)

実行することとした。なお、材料パラメータ値は、残留ひずみの累積特性が異なるように、2 種類設定し、各々 Case1, Case2 とする。

Case1, Case2 における解析結果を図1, 図2にそれぞれ示す。いずれの Case とも、サイクル初期の軸ひずみの変化が大きいため、 $n_0 = 1$ とした (a) では、非常に大きな誤差が生じている。一方、 $n_0 = 4$ とした (d) では、 Δn の値を大きく設定しても誤差の著しい増大が認められない。

Δn の値を大きく設定すると、ミクロ・マクロ時間応答の計算頻度が減少するため、所定サイクルまでの応答を評価する際の計算量を減らすことができる。しかし、各サイクルでの残留軸ひずみの変化量が大きく異なる段階で Δn の値を大きく設定すると、非常に大きい誤差が生じる。

なお、バラスト道床沈下では、100 サイクル程度以降では残留ひずみや残留変位がサイクル数に対して概ね線形に累積することが知られている⁵⁾。そのため、本手法の適用によって道床沈下解析の計算負荷の軽減が期待できる。

参考文献

- 1) 橋口公一, 上野正実, 陳 忠平: 下負荷面および回転効果の概念に基づく土の弾塑性構成式, 土木学会論文集 No.547/III-36, pp.127-144, 1996.
- 2) 紅露一寛, 阿部和久: 有道床バラスト軌道を対象とした繰返し鉛直・水平載荷試験の弾塑性有限要素解析 J-RAIL2010, pp.565-568, 2010.
- 3) 紅露一寛, 嘉数東陽, 阿部和久: 鉄道用バラスト材の繰返し変形解析のための時間域均質化法定式化, 土木学会応用力学論文集, Vol.11, pp.149-158, 2008.
- 4) A.Papon, Z.-Y.Yin, Y.Riou and P.-Y.Hicher: Time homogenization for clays subjected to large numbers of cycles. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 2012.
- 5) 石川達也, 須長 誠, 薫 軍, 名村 明: 大型繰返し三軸試験による道床バラストの変形特性の検討, 土木学会論文集, No.575/III-40, pp.169-178, 1997.