

半解析的有限要素法による長尺材料中のガイド波の 伝搬モードの数値計算とEFITによる検証

愛媛大学大学院 学生員○大谷憂馬, 正会員 中畑和之
京都大学大学院 非会員 林 高弘

1. はじめに

超音波探傷で用いられるガイド波¹⁾は板波とも呼ばれ、バルク波と比べて減衰が小さく、有効な検査範囲が数メートルから数十メートルにも及ぶ。そのため、平板や配管などの長尺材料に対する広範囲の検査へ応用が期待されている。しかし、その伝搬速度は周波数や板厚に依存し、位相速度と群速度は分散性を示す。また、ひとつの周波数に対して複数の伝搬モードが同時に存在する重畳性を有する。簡単な断面形状は、ガイド波の伝搬モードが解析的に求まる¹⁾。しかし、I形鋼や鉄道のレールのような複雑な断面形状を有する長尺材料の伝搬モードは、数値解析を利用して求めることになる。

本研究では、長尺材料の伝搬モードを数値的に求めるため、半解析的有限要素法²⁾(Semi-analytical FE法, 以下SAFE)を適用する。SAFEの妥当性について検証するために、動弾性有限積分法³⁾(EFIT)で得られた波動伝搬における時刻歴波形から分散曲線を求め、これらの結果を比較する。

2. ガイド波と伝搬モード

板中のガイド波は、SH波とLamb波¹⁾が存在することが分かっている。SH波は伝搬面に対して面外方向に偏向き、Lamb波は偏向きが面内であり、いずれも長手方向へ伝搬する。本研究では、Lamb波について比較を行う。Lamb波の伝搬モードは、対称モード(Sモード)と非対称モード(Aモード)に分類される(図-1)。ガイド波を考えると、位相速度 c_p と群速度 c_g の把握が重要である。均質等方性の広い材料中を伝搬するバルク波の場合、位相速度と群速度は一致するが、ガイド波の場合は分散性によりこれらが異なる。いま、周波数を f 、角周波数を ω 、波数を k とすれば、次の関係がある。

$$c_p = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{k} \quad (1)$$

また、位相速度と群速度の関係は以下のようになる。

$$c_g = c_p^2 \left[c_p - \omega \frac{dc_p}{d\omega} \right]^{-1} \quad (2)$$

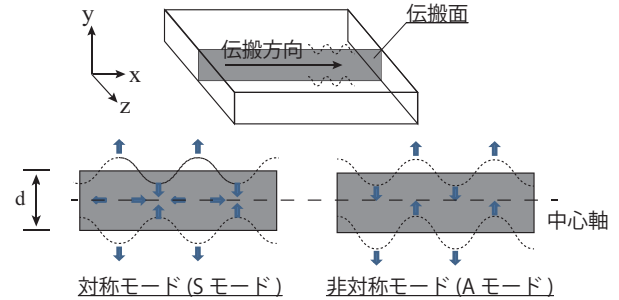


図-1 Lamb波の対称モードと非対称モード

3. SAFEによるLamb波の伝搬モードの求解

SAFEに関する詳細は論文²⁾にあるので、ここでは要約を述べる。図-2に示すように、Lamb波の伝搬方向を x 方向とし、 $x-y$ 面で偏向きする超音波を考える。なお、 z 方向に形状は一樣である。任意点における変位、応力、表面力を、それぞれ、 u, σ, t とする。断面を有限の要素に分解し、 j 番目の要素における弾性波動を支配する方程式は、仮想仕事の原理を用いて次のように書ける。

$$\int_{A_j} (\partial u^*)^T \sigma dA + \int_{A_j} \rho (u^*)^T \ddot{u} dA = \int_{S_j} (u^*)^T \bar{t} dS \quad (3)$$

ここで、 ∂ は微分作用素、 $*$ は複素共役、 T は行列の転置、 ρ は密度、 $(\ddot{})$ は時間 t に関する2階微分を表す。図-2に示すように、 $\int_{S_j} dS$ と $\int_{A_j} dA$ は j 番目の要素における線積分と面積分である。

SAFEでは、 x 方向に伝搬する超音波を、定常場において複素振幅を用いて表現(フェーザ表示)し、これを式(3)に代入して離散化し、固有値問題に帰着させるものである。最終的には、次式のような一般化固有値問題を解くことになる。

$$[A(\omega) - \xi B(\omega)]Q = 0 \quad (4)$$

ここで、 A, B は $2M \times 2M$ 行列(M は要素数)であり、複素数 ω の関数である。これより $2M$ 個の固有値 ξ_m が得られる。固有値 ξ_m は m 番目の固有モードの波数を表しており、 ξ_m が実数の場合、 m 番目のモードは伝搬モードである。また、AモードかSモー

キーワード：ガイド波, 伝搬モード解析, 半解析的有限要素法(SAFE), 動弾性有限積分法(EFIT)

連絡先 〒790-8577 愛媛県松山市文京町3, E-mail: nakahata@cee.ehime-u.ac.jp

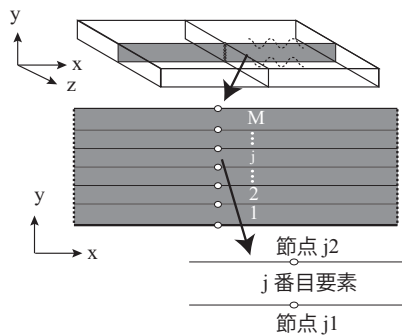


図-2 Lamb波を対象としたSAFEの節点配置と要素

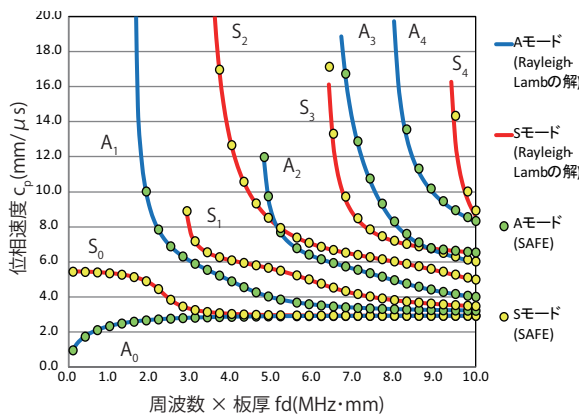


図-3 SAFEから求めた分散関係と Rayleigh-Lamb 方程式から求めた分散曲線 (解析解) の比較

ドかについては、固有ベクトルを精査し、偏向が卓越する方向で決定することができる。固有値 ξ_m を、

$$c_p^m = \frac{\omega}{\xi_m} \quad (5)$$

に代入することで、位相速度 c_p を求めることができる。固有値問題を解くライブラリとして LAPACK の複素一般化非対称固有値問題ルーチンを用いた。

板厚 d のアルミニウム (縦波音速:6350m/s, 横波音速:3130m/s, 密度:2700kg/m³) 中を伝搬するガイド波について、分散曲線を求める。なお、板のような単純な断面を有する場合、分散曲線は周波数 f と板厚 d の積である fd を用いて整理できる。図-3に示す分散曲線は、横軸に fd 、縦軸に位相速度 c_p をとり、Rayleigh-Lamb 方程式を解析的に解くことで求めたものを実線で、SAFE によって数値的に求めたものを丸印で表現している。この結果から SAFE は解析解と良好に一致することが分かる。

4. 時刻歴波形を用いたSAFEの妥当性の検証

超音波を送信した際に得られる時刻歴応答を用いてSAFEの妥当性を検証する。ここでは、計測実験によって時刻歴応答を得るかわりに、動弾性有限積分法 (EFIT) による波動伝搬シミュレーションによって得られた時刻歴応答を用いて検証を行った。シミュレーションの数値モデルを図-4の上部に示す。板厚 d を2mm、板の長さを500mmとし、材質はアルミニウムとした。A₀モードを卓越して発生させるために、板の上部にウェッジ (縦波音速:1500m/s, 密度:1100kg/m³)

を置いて、超音波の屈折を利用して、アルミニウム中に超音波を発振する。このときの入射角を $\theta=39.93$ 度、送信波の中心周波数を0.5MHzとした。EFITでは、計算モデルの左端から200mmの位置より、5mmごとに128点の時刻歴応答を出力した。 y 方向の変位の時刻歴応答 u_y の一部を図-4の下部に示す。

128点で得られた波形 u_y を時空間フーリエ変換し、波数 k と周波数 f の分散関係を得る。EFITによる変位の時刻歴応答によって得られた分散関係をSAFEによる分散曲線の上にプロットしたものを図-5に示す。送信波の周波数帯域は0.5MHz前後であり、この帯域では、EFITの k - f 関係はSAFEの分散曲線上にほぼプロットされている。これらの結果より、時刻歴波形を用いてSAFEの妥当性が検証できた。

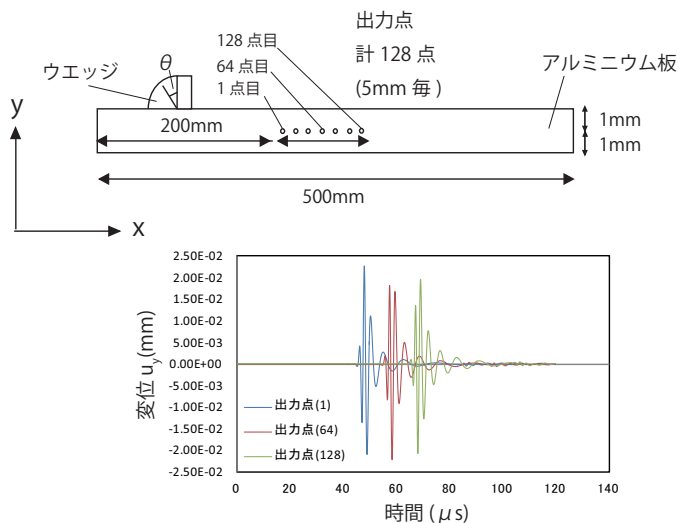


図-4 板の数値モデルと出力点における時刻歴波形

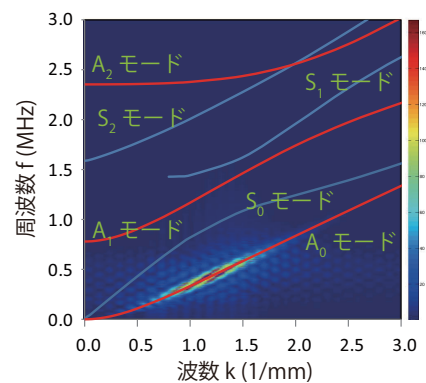


図-5 時刻歴応答から得られた分散関係をSAFEによる分散曲線 (実線) 上にプロットしたもの

参考文献

- 1) 尾上守夫, 高木幹雄: 板を伝わる超音波, 生産研究, Vol.18, No.12, pp.319-332, 1996.
- 2) T. Hayashi and J. L. Rose: Guided wave simulation and visualization by a semi analytical finite element method, *Materials Evaluation*, Vol.61, No.1, pp.75-79, 2003.
- 3) 中畑和之, 徳永淳一, 廣瀬壮一: イメージベース波動伝搬シミュレーションと超音波探傷法のモデル化への応用, 非破壊検査, Vol.59, No.5, pp.231-238, 2010.