

3次元マルチスケールトポロジー最適化

○東北大学大学院工学研究科	学生会員	谷地 大舜
東北大学災害科学国際研究所	正会員	加藤 準治
東北大学災害科学国際研究所	正会員	寺田 賢二郎
東北大学災害科学国際研究所	正会員	高瀬 慎介
東北大学大学院工学研究科	正会員	京谷 孝史

1. はじめに

複合材料の力学的挙動は、材料のマイクロ領域における幾何学的特性、例えば材料配置や形状、寸法に依存し、この依存性は非線形領域において顕著になることが知られている。よって、マイクロ構造の幾何学的特性を最適化することでマクロ構造の力学的パフォーマンスを最大限に引き出すことが期待される。近年、材料のマイクロ領域における特性を制御できる生産技術が現実のものとなりつつあるという背景も踏まえ、本研究ではマイクロ構造のトポロジーを最適化することでマクロ構造の剛性を最大にするための手法を提案する。本論文ではマイクロマクロ連成問題を解く際に、マイクロおよびマクロの境界値問題を個別に解くことで計算コストを減少させる「分離型マルチスケール解析法」を適応した加藤らの研究報告¹⁾に対し、同様の手法を用いて3次元構造問題に拡張した例を報告する。

2. 分離型マルチスケール解析手法

均質化法に基づく分離型マルチスケール解析手法²⁾は、マイクロマクロ2変数境界値問題を同時にカップリングしながら解く一般的な手法と異なり、2変数境界値問題をマイクロおよびマクロ個々の境界値問題に分離して解く手法である。まず、マイクロ境界値問題については、周期的なマイクロ構造（ユニットセル）を取り出し、それを数値的な供試体とみなして材料実験を模擬する。そして、ここで得られたマイクロ解析結果をマクロな材料変数に変換することで、マクロ材料応答を計測したものとする。本研究では線形弾性体を想定しているため、マイクロ解析で得られるマイクロ応力 σ からマクロ応力 Σ を計算し、それをマクロ材料剛性 $\mathbb{C}^H$ に変換する。そして、得られたマクロ材料剛性を直接用いてマクロ境界値問題を解くこととなる。

3. 最適化問題の設定

最適化問題は、一般に目的関数 $f(\mathbf{s})$ 、制約条件を与える等式制約関数 $\mathbf{h}(\mathbf{s})$ と不等式制約関数 $\mathbf{g}(\mathbf{s})$ で定義される。 $\mathbf{s}$ は、設計変数 s_i の配列、すなわち設計変数ベクトルを意味する。

以下に本研究で取り扱う最適化問題の定式化を行う。目的関数はマクロ構造の剛性最大化であり、これをコンプライアンス最小化と等価であるとして以下のような定式化を行った。ユニットセルは2種類の異なる材料で構成されるものとし、それらをphase-1, phase-2と呼ぶ。制約条件についてはユニットセル内にあるphase-2の体積はユニット

セル全体で最適化計算中でも変化しないという等式制約条件を与えた。

$$\min f(\mathbf{s}) = \mathbf{F}^T \mathbf{d} \quad (1)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{s}) = \int_Y s_i dY - \hat{V} = 0 \quad (2)$$

$$s_L \leq s_i \leq s_U \quad i = 1, \dots, n_s \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{F}$ および $\mathbf{d}$ はそれぞれマクロ構造全体系の外力ベクトルと平衡条件をみたす節点変位ベクトルである。また、 s_L および s_U は設計変数の下限と上限値、 n_s は設計変数の数でここではユニットセル内の有限要素の数と一致する。 $\hat{V}$ についてはユニットセル内における所与の phase-2 材料の総体積である。

本研究では勾配法による最適化アルゴリズムである OC 法³⁾を用いるため、2変数境界値問題を解いた後に目的関数と制約関数の設計変数 s_i に関する感度 $\partial f / \partial s_i$, $\partial \mathbf{h} / \partial s_i$ を求める必要がある。ここで得られた感度を最適化アルゴリズムへ組み込み、その時点での最適解を求め、その解が収束するまで繰り返し計算を行う。

4. 感度解析

目的関数 f の設計変数 s_i に関する感度は随伴法を用いて以下のように表すことができる。

$$\frac{\partial f}{\partial s_i} = -\mathbf{d}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial s_i} \mathbf{d} \quad (4)$$

$$= - \int_{\Omega} \mathbf{E}^T \frac{\partial \mathbb{C}^H}{\partial s_i} \mathbf{E} d\Omega \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{K}$ はマクロ構造全体の剛性マトリックス、 $\mathbf{E}$ はマクロひずみでマクロ構造解析を実行することによって得られるものである。 $\mathbb{C}^H$ は数値材料試験で評価するため、式(5)はマイクロおよびマクロ構造の影響を同時に考慮した感度式であるといえる。

5. 最適化計算例

5.1 解析モデル

本研究で提案する分離型マルチスケール解析手法を用いたマイクロ構造トポロジー最適化の計算例を示し、その性能の検証を行う。図-1に示す荷重のかけ方が異なる3つのcaseについて最適化計算を行い、その荷重の変化に応じたマイクロ構造トポロジーが得られるかを検証する。

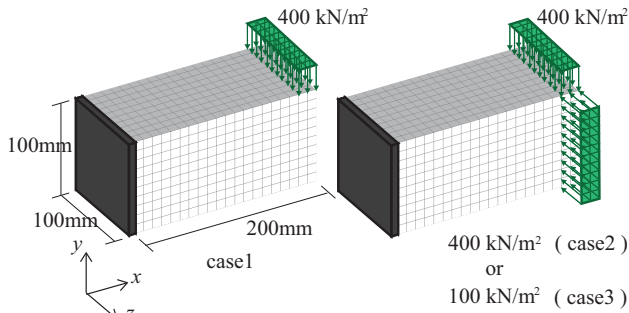


図-1 マクロ構造モデル

ここでは、いずれの case においてもマクロ構造には構造長 200 mm、高さ 100 mm、幅 100 mm の構造を用い、case1 では 400 kN/m^2 の等分布荷重を上面に作用させ、case2 では 400 kN/m^2 の等分布荷重を上面と側面に作用させている。case3 は、case2 の側面の等分布荷重の大きさを 100 kN/m^2 に小さくしたものである。マイクロ構造は立方体領域とし、その使用材料については 2 種類 (2 層複合材料) で、空隙は存在しないものと仮定した。ここで、phase-2 (黒) の材料剛性は phase-1 (白) のそれよりも大きいものとして設定している。使用材料はすべて線形モデルとし、phase-1、phase-2 のヤング係数をそれぞれ 10、10000 (N/mm^2) とし、ポアソン比はどちらも 0.3 とした。使用した有限要素は 8 節点六面体要素で、要素数は 1000 ($10 \times 10 \times 10$) である。最適化前の初期状態ではいずれの有限要素にも phase-1 と phase-2 がそれぞれ 50% ずつ含まれるものとした。そのため、設計変数の初期値はすべての要素で $s_i = 0.5$ である。この構造に含まれる材料の総体積は最適化計算中も変化しない。

5.2 解析結果

解析により得られたマイクロ構造のトポロジーを図-2 に示す。まず、case1 で得られたトポロジーは、2つの材料が x 方向に分離しており、これは片持ち梁に発生する x 方向の応力と xy 方向のせん断応力に対する補強が期待できるトポロジーであると考えられる。次に、case2 についてのトポロジーを見ると、 y 方向と z 方向に phase-2 の層ができ、それが x 方向に連なっていることがわかる。これは、 x 方向の応力と xy 方向と zx 方向のせん断応力に抵抗するトポロジーであるといえる。最後に、case3 で得られたトポロジーは、case2 の結果と比べて、phase-2 の層が y 方向には太くなり、 z 方向にはその量が減っていることから、マクロ構造の荷重の変化を適切に反映しているといえる。なお、どの場合も目的関数値が減少し剛性が高まることを確認し、ここではその様子を case1 についてのみ図-3 に示した。

6. 結論

本研究では、複合材料のマイクロ構造のトポロジーを最適化することによりそのマクロ構造の剛性を最大にする手法を提案した。最適化計算例から、提案した手法はマクロ構

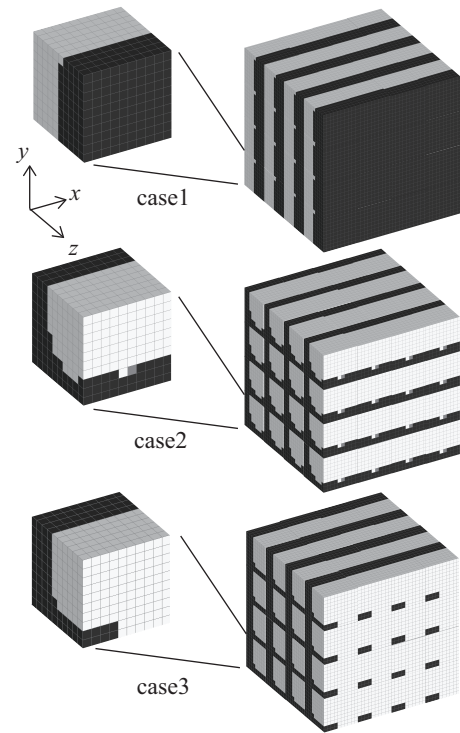


図-2 最適化されたマイクロ構造トポロジー

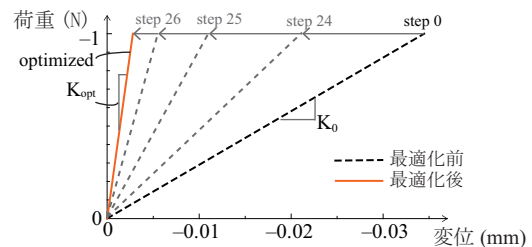
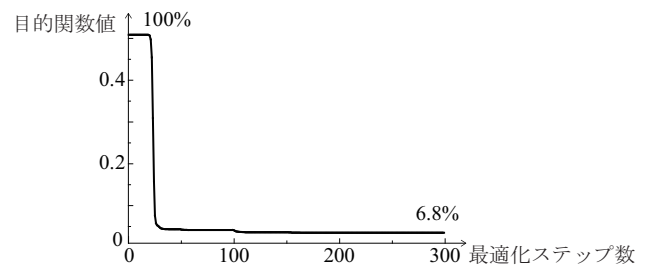


図-3 最適化による目的関数値と剛性の変化 (case1)

造の力学的挙動を忠実に反映し、そのマイクロ構造のトポロジーを最適化できる手法であることが検証された。

参考文献

- 1) 加藤準治, 寺田賢二郎, 京谷孝史: 複合材料のマクロ構造挙動を考慮したマイクロ構造トポロジー最適化, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.68, No.2, pp.279-287, 2012.
- 2) 寺田賢二郎, 大飼壮典, 濱名康彰, 見寄明男, 平山紀夫: 数値材料試験による異方性超弾性体のパラメータ同定, Transactions of JSCES, 2008, 20080024, 2008
- 3) Patnaik, S.N., Guptill, J.D., Berke, L.: Merits and limitations of optimality criteria method for structural optimization, Int. J. Num. Meth. Eng., 38, pp. 3087-3120, 1995.