

非破壊検査のための異方性材料中の波動伝搬シミュレーションに関する検討

愛媛大学大学院 学生員 ○紙田聖也
愛媛大学大学院 正会員 中畑和之

1. はじめに

原子力プラント配管の異材溶接部や繊維補強プラスチック (FRP) の内部きずの検査には、超音波探傷試験 (Ultrasonic Testing: UT) が実施されている。しかし、音響異方性を有するこれらの材料中では、超音波の伝搬方向によって音速が異なり、位相が進む方向とエネルギーが移動する方向が異なる場合がある¹⁾。特に、溶接部では粗大金属粒の存在によって、超音波は散乱するため、非均質材料として扱う必要がある。これらの現象により、UTの精度が著しく低下することが問題となっている。

UTの検査の精度を向上させるために、このような複雑な現象をモデル化できる波動伝搬シミュレーションの導入が不可欠となっている。ここでは、CT写真やEBSP写真等の被検体のデジタル画像を数値解析の入力データとするイメージベースモデリングを、波動伝搬解析に適用することを試みる。これまで、動弾性有限積分法 (EFIT) をソルバとした等方弾性体に対するイメージベース波動伝搬解析が提案されている²⁾。しかし、EFITを異方性材料に適用する場合、応力セルの計算を更新する際にグリッド補間をする必要がある。そこで、本研究では計算の高速化のために、ボクセル要素を用いた有限要素法 (以下、FEM) をソルバとして採用し、その精度について検証を行う。

2. 異方性材料中を伝搬する超音波の数値解析

本研究では2次元解析を考える。ここでは、超音波は x_1 - x_3 面を伝搬するものとし、変位を $u_i(\mathbf{x}, t)$ 、せん断応力を $\tau_{ij}(\mathbf{x}, t)$ とする。異方性弾性体中の超音波の伝搬を支配する方程式は、以下ようになる。

$$\rho(\mathbf{x})\ddot{u}_i(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial \tau_{i\beta}(\mathbf{x}, t)}{\partial x_\beta} \quad (1)$$

$$\tau_{ij}(\mathbf{x}, t) = c_{ij\alpha\beta} \frac{\partial u_\alpha(\mathbf{x}, t)}{\partial x_\beta} \quad (2)$$

ここで、 $\{\ddot{\cdot}\}$ は時刻 t に関する偏微分 $\partial^2/\partial t^2$ 、 $c_{ij\alpha\beta}$ は弾性スティフネス、 ρ は密度である。上式で α と β は総和規約を適用する。式(1)と(2)から、面内偏向の波動と面外偏向の波動の2種類に定式化されるが、ここでは統一した書き方で離散化フォームを示す。

はじめに、重み付き残差式を作り、ガウスの発散定理を用いて、弱形式に変形する。次に、イメージベースモデリングを意図して、弱形式を図-1のような正方形要素 (4 節点四角形要素) を用いて離散化する。このとき、要素 j について、次のような要素剛性方程式が得られる。

$$\mathbf{M}_j \ddot{\mathbf{d}}_j + \mathbf{K}_j \mathbf{d}_j = \mathbf{f}_j \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{d}_j$ は節点上の変位からなる行列である。式(3)で、 $\mathbf{M}_j$ は質量行列、 $\mathbf{K}_j$ は剛性行列と呼ばれ、 $\mathbf{f}_j$ は表面力などの既知量が保存されるベクトルである³⁾。ここでは、材料定数はボクセル要素内で一定とし、表面力 $\mathbf{f}$ も要素の辺上で一定とする。また、要素はデジタル画像の1ピクセルの大きさと整合させる。式(3)を全ての要素数分アセンブリすれば、領域全体の代数方程式が得られる。

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{K} \mathbf{d} = \mathbf{f} \quad (4)$$

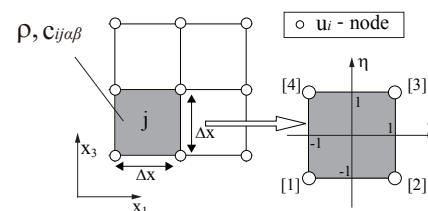


図-1 FEMにおける四角形要素とノード配置

次に、時間軸の離散化について述べる。式(4)を陽的に更新することを考える。そのためには、質量行列を集中化 ($\mathbf{M} \approx \bar{\mathbf{M}}$) する方法が最も効率的である。時間方向に中心差分近似を適用すれば、以下のような解の更新スキームとなる。

$$\mathbf{d}^{h+1} = (2\mathbf{E} - \Delta t^2 \bar{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{K}) \mathbf{d}^h + \Delta t^2 \bar{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{f}^h - \mathbf{d}^{h-1} \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{E}$ は単位行列、 Δt は時間ステップである。

3. 伝搬曲面の可視化

異方性材料中の波動場を可視化した場合、波動エネルギーの移動は群速度曲面として現れる。ここでは、解析的に求めた群速度¹⁾とFEMの可視化結果

キーワード：超音波探傷，非均質異方性材料，イメージベースモデリング，ボクセル有限要素法

連絡先 〒790-8577 愛媛県松山市文京町3, E-mail: nakahata@cee.ehime-u.ac.jp

を比較する．音響異方性をもつオーステナイト系ステンレスにおける群速度曲線と，FEMによる面内および面外モードにおける数値計算の可視化を図-2に示す．材料の弾性スティフネスは， $C_{1111} = 276.5$ ， $C_{1122} = 113.5$ ， $C_{1133} = 133.2$ ， $C_{3333} = 212.0$ ， $C_{2323} = 119.6$ GPaであり，密度は $\rho = 7880$ kg/m³である．異方性波動場では，一般に1つの縦波(P波)と2つの横波(S1波とS2波)が存在する．オーステナイト系ステンレスの場合，S2波は面外方向の純横波となり，面内の縦波や横波とはカップリングしない．FEM解析では，解析領域の中心に点波源(中心周波数1MHz)を設定し，時間の経過とともに変位を出力する．面内モードでは，各時刻で変位の絶対値 $|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_3^2}$ を，面外モードでは u_2 をプロットしている．図-2より，解析的に求めた群速度分布に従って，波動が伝搬していることがわかる．

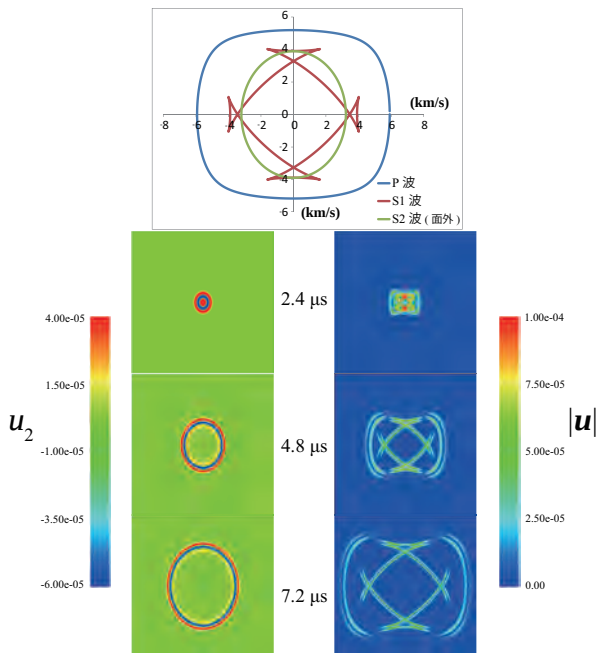


図-2 オーステナイト系ステンレスの群速度分布の解析解(上)と面外S2波(左)および面内P波およびS1波(右)の可視化結果

4. FEMとEFITの計算精度の検証

イメージベース波動解析では，FEMは四角形要素を用いるため，散乱体あるいは被検体の外側境界が曲線形状をしている場合でも，階段状にしか近似できないという欠点がある．従って， Δx を適切に小さく設定しなければならない．ここでは，FEMを用いて Δx を変化させた場合の面外モードの時刻歴応答について検討を行う．図-3に示すような数値モデルを考える．材料はオーステナイト系ステンレスで，上方に設置した探触子からS2波が発振されるものとし，中心周波数1MHzの1.5波のリッカー波を送信する．なお，群速度分布から，最小音速は3.2km/sであるため，最小波長 $\lambda_{\min}$ は約1.0mmとなる．数値分散の抑制を考慮し， $\Delta x = 0.05, 0.08, 0.1, 0.2$ mmのとき，

Δt はそれぞれ0.008, 0.013, 0.016, 0.032 μ sとなるように決定した． Δx を変化させて計算を行った場合に，出力点で得られた変位 u_2 の時刻歴応答を図-4に示す．なお，比較のためEFITで計算した結果を図-4の下側に示す．1波目は送信波が通過したときの波形，2波目は空洞によって散乱された波である．図4より，FEMとEFITの計算値の差は小さいことがわかる．また， Δx が大きい場合には，第2波の後に数値振動がみられる．しかし， $\Delta x = 0.08$ mm以下の場合には数値振動がほとんど抑えられている．従って，工学的に十分な解を得るためには， $\Delta x = 1/12\lambda_{\min}$ であればよいと考える．

以上より，ボクセル要素を用いたFEMの精度は，要素を適切に小さくすれば十分であることがわかった．今後は，実際に非均質・音響異方性を有する材料に本手法を適用し，実験結果と比較することで妥当性を検証したい．

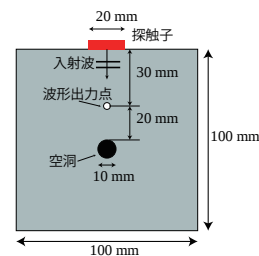


図-3 超音波伝搬シミュレーションのための数値モデル

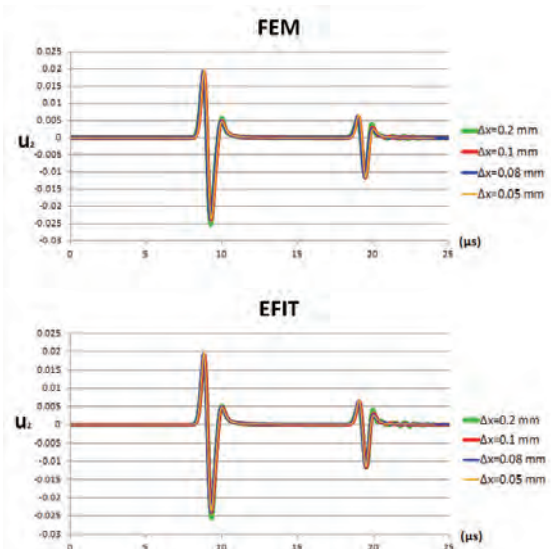


図-4 要素長 Δx を変化させた場合のFEMとEFITによる出力点の波形

参考文献

- 1) B.A. Auld, *Acoustic Fields and Waves in Solids*, Volume 1, Kreiger Publishing, Malabar, 1990.
- 2) K. Nakahata et al., Simulation of ultrasonic and electromagnetic wave propagation for nondestructive testing of concrete using image-based FIT, *Journal of Computational Science and Technology*, Vol.6, No.1, pp.28-37, 2012.
- 3) Y. Fish and T. Belytschko, 有限要素法 ABAQUS Student Edition 付, 丸善, 2008.