

非線形分散波理論を用いた津波解析のための CIVA-安定化有限要素法

中央大学大学院 学生員 高橋 佑典
 中央大学 正会員 櫻山 和男
 日本工営 正会員 桜庭 雅明

1. はじめに

地震に伴い発生する津波は、到達する地域の人命や経済活動に深刻な被害をもたらす。これらの被害を数値シミュレーションにより予測することは、防災・減災対策上の観点から非常に重要であり、被害予測の高精度化が求められている。

これまで著者らは、高精度な津波シミュレーションを行うため、CIVA-安定化有限要素法を浅水長波方程式に適用し、研究を行ってきた¹⁾。しかし、浅水長波方程式では、波の非線形性しか考慮されておらず、より高精度な浸水被害予測を行うためには、波の分散性の考慮が必要であるといえる。そこで本論文では、波の非線形性、分散性の両者の性質を考慮している Boussinesq 方程式に対し、CIVA-安定化有限要素法の適用を行うものである。また、構造物に作用する流体力の評価手法²⁾を導入し、実験値との比較を行うことにより、本手法の有効性・妥当性の検討を行った。

2. 数値解析手法

(1) CIVA-安定化有限要素法

本手法では、支配方程式を移流ステップと非移流ステップとに分離し、計算を行う。

移流ステップ

$$\frac{\partial(u_i H)}{\partial t} + u_j \frac{\partial(u_i H)}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

非移流ステップ

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{A}_i \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_i} + \mathbf{G} \mathbf{U} = \mathbf{R} + \frac{\partial^3}{\partial t \partial x_i^2} (\mathbf{K}) \quad (2)$$

ここに、各ベクトル、マトリックスは以下のものである。

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} H \\ u_1 H \\ u_2 H \end{bmatrix}, \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ -c^2 \frac{\partial z}{\partial x_1} \\ -c^2 \frac{\partial z}{\partial x_2} \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{h^2}{3} \frac{\partial(u_i H)}{\partial x_1} \\ \frac{h^2}{3} \frac{\partial(u_i H)}{\partial x_2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ c^2 - \bar{u}_1^2 & \bar{u}_1 & 0 \\ -\bar{u}_1 \bar{u}_2 & \bar{u}_2 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\bar{u}_1 \bar{u}_2 & 0 & \bar{u}_1 \\ c^2 - \bar{u}_2^2 & 0 & \bar{u}_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u_*}{H} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{u_*}{H} \end{bmatrix}, \mathbf{u}_* = \frac{gn^2 \sqrt{\bar{u}_1^2 + \bar{u}_2^2}}{H^{\frac{1}{3}}}$$

ここに、 u_i は x, y 方向の断面平均流速、 H は全水深、 h は静水深、 c は波速、 z は地盤高、 g は重力加速度、 n は Manning の粗度係数である。また、 \mathbf{U} は未知ベクトル、 \mathbf{R} は勾配項ベクトル、 \mathbf{K} は分散項のベクトルで、 \mathbf{A}_i 、 \mathbf{G} はそれぞれ移

流項、摩擦項の係数行列である。また、上線付きの文字は移流ステップにおいて計算された物理量を表している。移流ステップにおける式 (1) は移流方程式であり、その解法には CIVA 法を用いる。また、非移流ステップにおける式 (2) には SUPG 法に基づく安定化有限要素法を用いて計算を行う。なお、解析の各時間レベルにおいては、まず移流ステップにおける計算を行い、次に、移流ステップの計算結果を用いて非移流ステップにおける計算を行う。

(2) 構造物に作用する流体力の評価手法

構造物に作用する流体力を、時間ステップごとに計算された物理量を用いて、重み付き残差式の境界積分項より求める。²⁾

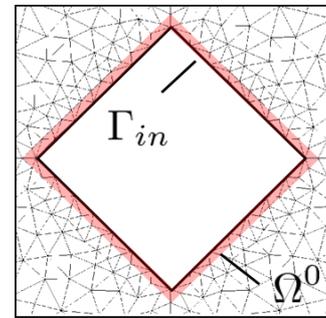


図-1 流体力評価に用いる領域

図-1 に示す境界 Γ_{in} 周りの領域 Ω^0 において、以下の式により構造物に作用する流体力を計算する。

$$\int_{\Omega^0} \mathbf{U}^* \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \bar{\mathbf{A}}_i \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_i} - \mathbf{R} + \mathbf{G} \mathbf{U} \right) d\Omega + \int_{\Omega^0} \left(\frac{\partial \mathbf{U}^*}{\partial x_i} \right) \cdot \left(-\mathbf{L}_i \mathbf{U} + \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{K}) \right) d\Omega = \int_{\Gamma_{in}} \mathbf{U}^* \mathbf{T} d\Gamma \quad (3)$$

$$\bar{\mathbf{A}}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ c^2 - u_1^2 & 2u_1 & 0 \\ -u_1 u_2 & u_2 & u_1 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{A}}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -u_1 u_2 & u_2 & u_1 \\ c^2 - u_2^2 & 0 & 2u_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ c^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{L}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ c^2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\hat{t}_1 H \\ -\hat{t}_2 H \end{bmatrix}$$

式 (3) は構造物まわり一層分のメッシュにより構成される領域 Ω^0 において成立し、右辺の境界積分項が構造物に作用する流体力を表している。なお、流体力は計算された水深、流速を代入計算することにより求める。また、 t_i は境界に働く単位長さ毎の力である。

KeyWords : CIVA-安定化有限要素法, Boussinesq 方程式, 津波, 流体力
 連絡先 : 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL 03-3817-1815

3. 数値解析例

(1) 孤立波伝播問題

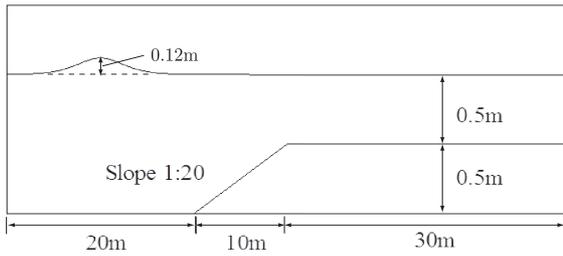


図-2 解析モデル

本手法の有効性・妥当性の検討のために、孤立波伝播問題を取り上げ、解析を行った。解析モデルは図-2に示す、Streetの水利実験モデル³⁾で、進行する孤立波を初期条件として与える。また、壁面における境界条件としてSlip条件を与え、微小時間増分量は0.005secとした。

図-3に $x/h = 41.6$ における水位変動量の時刻歴を示した。図より、波の分散性を考慮した Boussinesq 方程式を用いた解析結果は、非線形性しか考慮されていない浅水長波方程式を用いた解析結果と比較し、実験値により良い一致を示していることがわかる。

(2) 構造物を有するダムブレイク問題

構造物に作用する流体力評価手法の妥当性の検討のために、構造物を有するダムブレイク問題を取り上げる。解析モデルは図-4に示す Gomezらの水利実験モデル⁴⁾で、初期条件として2.9mの水位差のある段波を与える。壁面における境界条件はSlip条件とし、微小時間増分量を0.001secと設定した。また、浸水挙動を表現する移動境界手法には、Euler的手法に基づく移動境界手法を用いた。²⁾

図-5に、構造物に作用する流体力の時刻歴を示した。なお、図-5の Gomezらの解析結果は、3次元 Navier-Stokes 方程式を SPH 法に基づく粒子法により解析したものである。図-5より、本評価手法による流体力の解析結果は、概ね実験値と一致していることがわかる。また、図-6に解析時間0.4secにおける流れの様子を示した。

4. おわりに

本論文では、非線形分散波理論に基づく Boussinesq 方程式に対し、CIVA-安定化有限要素法の適用を行い、その有効性・妥当性について検討を行った。また、構造物に作用する流体力の評価手法の導入を行い、妥当性の検討を行った。以下に、結論を示す。

- 孤立波伝播問題では、波の分散性を考慮することにより、浅水長波方程式を用いた解析結果と比較し、実験値により良い一致を示し、その有効性が確認された。
- 構造物を有するダムブレイク問題では、本手法の解析結果は実験値と概ね一致を示し、その妥当性が確認された。

今後の課題としては、広域の津波遡上問題への適用、流体力評価手法のさらなる検討などが挙げられる。

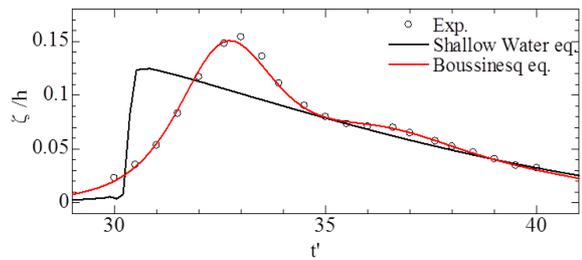


図-3 $x/h = 41.6$ における水位変動量の時刻歴

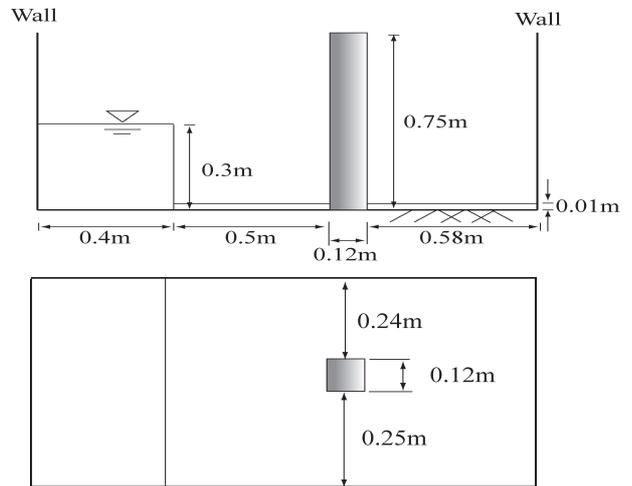


図-4 解析モデル

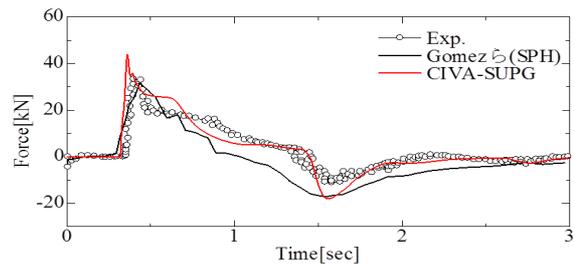


図-5 構造物に作用する流体力の時刻歴

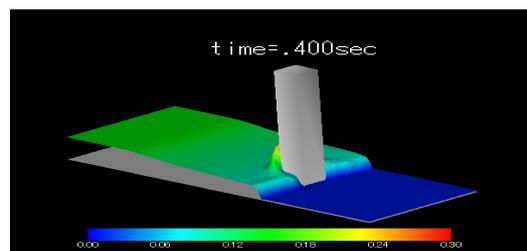


図-6 波の衝突時の流れの様子(0.4sec時)

参考文献

- 1) 高橋佑典, 榎山和男, 桜庭雅明: CIVA-安定化有限要素法による浅水長波流れ解析, 土木学会第67回年次学術講演会, 2012.
- 2) 利根川大介, 榎山和男: 安定化有限要素法による非線形分散波理論に基づいた津波遡上解析手法の構築研究, 応用力学論文集, Vol. 12, pp. 127-134, 2009.
- 3) R.L.Street, S.J.Burgers and P.W.Whitford: The Behavior of Solitary Waves on a Stepped Slope, Dept. Civ. Eng. Stanford Univ. Tech. Rep., No.93, 1968
- 4) M.Gomez-Gesteira, R.A.Dalrymple: Using a Three Dimensional Smoothed Particle Hydrodynamics Method for Wave Impact on a Tall Structure, J. Waterway, Port., Coastal Eng., Vol. 130(2), pp. 63-69, 2004