

相似解法に基づく水位減少時における津波遡上過程の基本特性

京都大学大学院工学研究科 学生員 ○白井 秀和
 京都大学大学院工学研究科 フェロー 細田 尚
 京都大学大学院工学研究科 学生員 小林 大輝

1. はじめに

津波の遡上特性を明らかにすることは、工学的に有用である。我々は、水平の陸上に遡上する津波を対象とし、その基本特性となる相似解の導出を検討してきた。¹⁾この相似解の導出には、すべての領域で流速が正であることを仮定しており、流速が負となるような場合、つまり水位が大きく減少していくような場合については検討を行ってこなかった。本研究では、このような水位が大きく減少していく過程における遡上津波を対象とした相似解の導出を検討する。

2. 水位減少時における相似解の導出

図-1 に示すように、浸水開始地点 O からある程度、津波の遡上が進行し、水位が減少していく過程について検討する。基礎式は、次式に示す連続式と運動方程式から構成される浅水流方程式である。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial hu}{\partial t} + \frac{\partial hu^2}{\partial x} + gh \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{gn^2}{h^{1/3}} |u| \quad (2)$$

ここに、 t : 時間, x : 空間座標, h : 水深, u : 流速, g : 重力加速度, n : マニング粗度係数である。

浸水開始地点 O から津波の先端までの距離を $l(t)$ 、無次元化した水深と流速の空間分布をそれぞれ $p(\xi)$ 、 $q(\xi)$ とする。(ここに、 ξ は無次元空間軸 $x/l(t)$ とする。) また、浸水開始地点 O における水深と流速をそれぞれ $h_0(t)$ 、 $u_0(t)$ とすると水深 h と流速 u は、つぎのように表される。

$$h = h_0(t) \cdot p(\xi), \quad u = u_0(t) \cdot q(\xi) \quad (3)$$

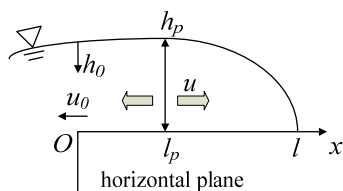


図-1 水位減少時における津波の遡上過程

ここで、浸水開始地点 O での水深 $h_0(t)$ と流速 $u_0(t)$ 、そして浸水距離 $l(t)$ が、次式に示すように時間 t に関して a 、 b 、 c 乗でそれぞれ変化すると想定する。

$$h_0(t) = \alpha(t/t_0)^a, \quad u_0(t) = \beta(t/t_0)^b, \quad l(t) = \gamma(t/t_0)^c \quad (4)$$

ここに、 α 、 β 、 γ : それぞれにかかる係数, t_0 : 水位減少の開始時間である。

これらの式(3)、(4)を式(1)、(2)に代入することで、連続式と運動方程式はつぎのようにそれぞれなる。

$$a\alpha p(\xi) \left(\frac{t}{t_0}\right)^{a-1} - c\alpha\xi \frac{dp(\xi)}{d\xi} \left(\frac{t}{t_0}\right)^{a-1} + \frac{\alpha\beta}{\gamma} \frac{dp(\xi)q(\xi)}{d\xi} \left(\frac{t}{t_0}\right)^{a+b-c} = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \alpha\beta(a+b)p(\xi)q(\xi) \left(\frac{t}{t_0}\right)^{a+b-1} - c\alpha\beta\xi \frac{dp(\xi)q(\xi)}{d\xi} \left(\frac{t}{t_0}\right)^{a+b-1} \\ & \frac{\alpha\beta^2}{\gamma} \frac{dp(\xi)q(\xi)^2}{d\xi} \left(\frac{t}{t_0}\right)^{a+2b-c} + \frac{g}{2} \frac{\alpha^2}{\gamma} \frac{dp(\xi)^2}{d\xi} \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2a-c} \\ & = -gn^2 \frac{\beta|\beta|}{\alpha^{1/3}} \frac{q(\xi)q'(\xi)}{p(\xi)^{1/3}} \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2b-a/3} \end{aligned} \quad (6)$$

ここでは、圧力と摩擦力が支配的な圧力-摩擦領域について検討する。式(5)と慣性項(左辺第1項～3項)を無視した式(6)において、 t にかかるべき乗に着目すると、以下に示す a 、 b 、 c の関係式が得られる。

$$b = (7a - 3)/9, \quad c = (7a + 6)/9 \quad (7)$$

図-1 に示すように、本研究で検討する対象は、水位のピーク地点 $x = l_p$ ($\xi_p = l_p/l$) を境に流速の符号が変わる。このことを踏まえて、式(5)と式(6)を整理するとつぎのようになる。

$$ap(\xi) - c\xi \frac{dp(\xi)}{d\xi} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{dp(\xi)q(\xi)}{d\xi} = 0 \quad (8)$$

$$\begin{cases} C dp(\xi)^{7/3} / d\xi = q(\xi)^2 & (\xi < \xi_p) \\ C dp(\xi)^{7/3} / d\xi = -q(\xi)^2 & (\xi_p \leq \xi \leq 1) \end{cases}; \quad C = 3\alpha^{7/3} / 7n^2 \beta^2 \gamma \quad (9)$$

ここで、相似関数を次式に示すように ξ' ($\xi' = \xi - \xi_p$) の多項式とする。

$$p(\xi')^{7/3} = D_0 + D_1 \xi' + D_2 \xi'^2 + D_3 \xi'^3, \quad q(\xi') = E_1 \xi'; \quad \xi < \xi_p \quad (10)$$

キーワード 相似解法, 津波遡上, 浅水流方程式, 数値解析

連絡先 〒615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂 C1-3 河川流域マネジメント工学講座 TEL 075-383-3269

$$p(\xi')^{7/3} = D_0 + D_1 \xi' + D_2 \xi'^2 + D_3 \xi'^3, q(\xi') = E_1 \xi'; \xi_p \leq \xi \leq 1 \quad (11)$$

ここに, $D_0 \sim D_3$, $D'_1 \sim D'_3$, E_1 , E'_1 は未知数である.

$\xi < \xi_p$ において, 式(10)を式(8)に代入し, ξ' で整理することで, ξ' の 0 次の関係が以下のように得られる.

$$[0 \text{ 次}] \quad aD_0 - \frac{3}{7}c\xi_p D_1 + \frac{\beta}{\gamma}D_0 E_1 = 0 \quad (12)$$

同様に, 式(10)を式(9)に代入することで, ξ' の 0 次,

1 次, 2 次の関係がそれぞれ以下のように得られる.

$$[0 \text{ 次}] \quad CD_1 = 0 \quad (13)$$

$$[1 \text{ 次}] \quad CD_2 = 0 \quad (14)$$

$$[2 \text{ 次}] \quad 3CD_3 = E_1^2 \quad (15)$$

$\xi_p \leq \xi \leq 1$ においても同様にすることで, 4 つの関係式が得られる. また, $\xi = 0$ で $p(0)=1$, $q(0)=1$ より, つぎの 2 つの関係式を得る.

$$D_0 - D_1 \xi_p + D_2 \xi_p^2 - D_3 \xi_p^3 = 1 \quad (16)$$

$$-E_1 \xi_p = 1 \quad (17)$$

$\xi = 1$ において, $p(1)=0$, $q(1)=\gamma/\beta$ より, つぎの関係が得られる.

$$D_0 + D'_1(1-\xi_p) + D'_2(1-\xi_p)^2 + D'_3(1-\xi_p)^3 = 0 \quad (18)$$

$$E'_1(1-\xi_p) = \gamma/\beta \quad (19)$$

以上の得られた関係式から, $D_0 \sim D_3$, $D'_1 \sim D'_3$, E_1 , E'_1 , β , γ , ξ_p を求めると以下ようになる.

$$D_0 = (7a+6)^3 / \{(7a+6)^3 + (16a+6)^3\} \quad (20)$$

$$D_1 = 0 \quad (21)$$

$$D_2 = 0 \quad (22)$$

$$D_3 = -(9a)^3 / \{(7a+6)^3 + (16a+6)^3\} \quad (23)$$

$$D'_1 = 0 \quad (24)$$

$$D'_2 = 0 \quad (25)$$

$$D'_3 = (9a)^3 / \{(7a+6)^3 + (16a+6)^3\} \quad (26)$$

$$E_1 = -9a/(16a+6) \quad (27)$$

$$E'_1 = -9a/(16a+6) \quad (28)$$

$$\xi_p = (16a+6)/9a \quad (29)$$

$$\beta = [(-9a\alpha^{7/3}/7n^2) \cdot (16a+6)^3 / \{(7a+6)^3 + (16a+6)^3\}]^{1/3} \quad (30)$$

$$\gamma = 9[(-9a\alpha^{7/3}/7n^2) / \{(7a+6)^3 + (16a+6)^3\}]^{1/3} \quad (31)$$

3. 数値解析

ここで, 上で得られた相似解の妥当性を検証するために, 水平の陸上に遡上する津波を対象とした一次元水深積分モデルによる数値解析を行う. 数値解析手法として有限体積法を適用する. 図-2 に示すように, 浸水開始地点において $h_0(t) = \alpha(t/t_0)^a$ の形で水位を与える. $t=50 \text{ sec}$ まで $a=1.0$ で水位が上昇し, その後, それぞれ

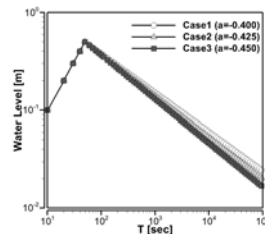


図-2 水位ハイドログラフ(両対数表示)

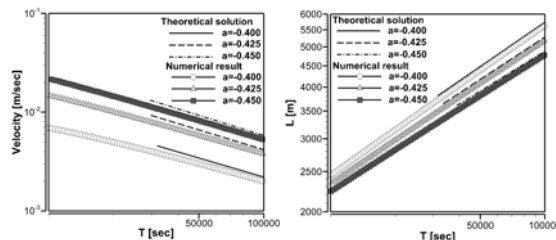


図-3 流速と浸水距離の時間経過(両対数表示)

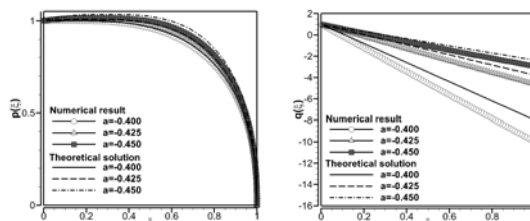


図-4 数値解析結果と理論との比較 ($p(\xi)$ と $q(\xi)$)

Case1($a=-0.400$), Case2($a=-0.425$), Case3($a=-0.450$)で水位が減少していくような水位を与える.

図-3, 図-4 に解析結果を示す. 図-3 は, それぞれのケースにおける浸水開始地点の流速と浸水距離の時間経過を示したものである. この図に示す直線は式(7)の a と c の関係を示したものであり, 水位減少時の a を与えたものである. 解析結果は, この直線にそれぞれ漸近しており, 圧力-摩擦領域に入っていくことが確認できる. 図-4 は, 水位減少して十分な時間が経過した時の水深と流速の分布(無次元)を示したものである. 理論と比較すると, 十分には合わないが a の値の変化に対する分布の変化の特徴は合致しており, 導出した相似解がある程度妥当なものであると言える.

4. おわりに

本研究では, 水位減少時における津波の遡上特性について相似解法を適用することで検討した. 圧力-摩擦領域における相似解を導出した. また, 数値解析によりその妥当性を示した.

参考文献

- 1) 白井秀和, 細田尚, How Tion Puay: 相似解法に基づく陸上に遡上する津波の特性に関する検討, 土木学会論文集 B1(水工学), vol.68, No.4, pp.I_1531-1536, 2012.