流出成分ごとに最適化したタンクモデルによる流出解析

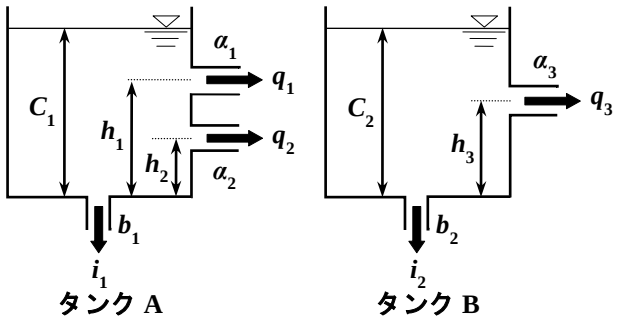
（株）中央コンサルタンツ　正会員　○亀山　初基
北海学園大学工学部　正会員　嵯峨　浩
（独法）寒地土木研究所　正会員　柳屋　圭吾

1. はじめに

本研究は，各流出成分に 1 個のタンクを対応させて，それぞれ単独に未知定数を数学的に最適化したタンクモデルにより流出解析を行ったものである．流出成分分離法は日野らのフィルター分離 AR 法[1)]を，最適化手法はニュートン法を採用した．タンクの構造は，図―1 に示すように標準的な構造の 2 種類である．これらを二段または三段に直列に並べる構成として流出解析を行い，流域ごとに最適なタンク構成を検討した．また，数学的に最適化する場合は，未知定数の数が少ない程収束性が向上する為，降雨と流出開始の時間差から側方流出孔高さを一義的に決定する方法を考案した．タンクモデルは降雨流出系の遅れ現象をタンク段数と側方流出孔高さで表現するが，大規模な流域では対応しきれない場合が多い．従って，本研究で採用したタンクモデルの適用範囲も示した．

2. タンクの構造

本研究で対象としたタンクの構造を図―1 に示す．



図―1　タンクモデルの構造

C_1，C_2：貯留高（*mm*），q_1～q_3：側方流出高（*mm/hr*），
i_1，i_2：浸透高（*mm/hr*），α_1～α_3：側方流出孔係数，
h_1～h_3：側方流出孔高さ（*mm*），b_1，b_2：浸透孔係数

本研究では，フィルター分離 AR 法によって流出成分を 2 成分または 3 成分に分離し，各流出成分に 1 個のタンクを対応させている．タンク段数は，2 成分に分離した場合は直列二段タンクモデル，3 成分の場合は直列三段タンクモデルとなる．また，タンク構成はタンク A と B の組み合わせにより，(A+B)，(B+B) 及び (A+B+B) の計 3 通りとした．入力の取り扱いについては，最上段タンクの入力は観測降雨であり，下部タンクへの入力は上部タンクの未知定数が先に最適化されていることから，上部タンクの浸透高が下部タンクへの確定した入力となる．

3. 支配方程式

タンク A の支配方程式を (1) 式に示す．支配方程式の数値解法や最適化のアルゴリズムは参考文献 2)，3) を参照されたい．

$$\frac{dC_1}{dt} = r - q - i_1 \qquad \cdots(1)$$
$$q = q_1 + q_2$$

ここで，
$$q_j = \alpha_j \left(C_1 - h_j\right) \cdot Y\left(C_1, h_j\right) \ , \left(j = 1,2\right) \qquad \cdots(2)$$
$$i_1 = b_1 \cdot C_1$$

r：降雨量（*mm/hr*）

$Y(C_1,h_j)$：ステップ関数（*Heaviside* 関数）

4. 未知定数の数学的最適化

最適化すべき未知定数は，タンク A では α_1，α_2，h_1，b_1 の 4 個，タンク B では α_3，b_2 の 2 個である．本研究では，未知定数を数学的に最適化する手法として，ニュートン法を採用した．目的関数は (3) 式で定義され，最適化は J を最少化することで行われる．

$$J = \sum e_j^{\,2} \ , \ \left(j = 1,2,3,\cdots N\right) \qquad \cdots(3)$$

ここで，
$$e_j = \frac{q_j^{\,*} - q_j}{\sqrt{q_j^{\,*}}} \qquad \cdots(4)$$

q_j*：観測流出高（*mm/hr*），q_j：計算流出高（*mm/hr*）

N：流量標本数

収束条件は (5) 式で示される．ε は 1～5%である．

$$\varepsilon \geq \left|\Delta P / P\right| \qquad \cdots(5)$$

P：未知定数ベクトル，ΔP：補正値ベクトル

5. 側方流出孔高さの理論的推定

入力後出力が発生するまでの時間差を考慮して，タ

キーワード　タンクモデル，流出成分，フィルター分離 AR 法，数学的最適化，ニュートン法
連絡先　〒064-0926　札幌市中央区南 26 条西 11 丁目 北海学園大学工学部　TEL：011-841-116

ンク A の側方流出孔高さ h_2 を推定する方法を示す．また，タンク B の h_3 についても同様である．

未出力期間での連続の式は(6)式で表される．

$$\frac{dC_1}{dt}+C_1\cdot b_1=r \qquad \cdots(6)$$

(6)式の解は(7)式で示される．

$$C_1(t)=C_{1,0}e^{-b_1\cdot t}+\int_0^t e^{-b_1(t-\tau)}r(\tau)d\tau \qquad \cdots(7)$$

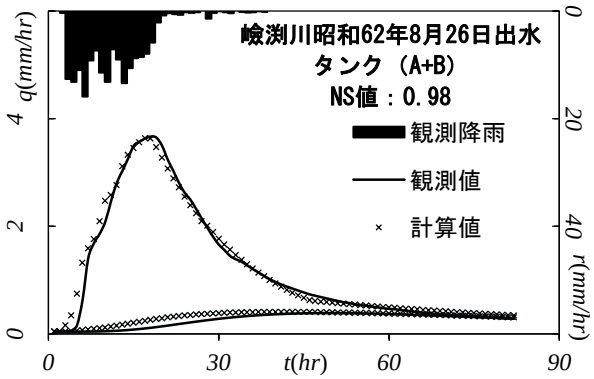
ここで，$C_{1,0}$ は初期貯留高である．(7)式から，出力発生時刻での貯留高 $C_1(t)$を側方流出孔高さ h_2 とすれば，浸透孔係数 b_1 が決まることで一義的に h_2 が決まり，確定値とすることができる．また，(7)式から任意の初期貯留高を与えても出力発生時刻が変わることはない．

6. 実流域への適用

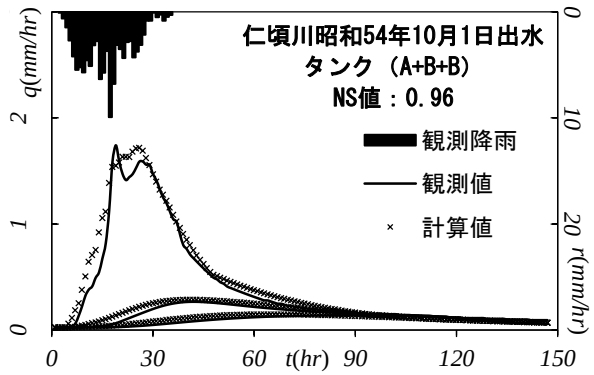
本研究では，北海道内の一級河川において，流域面積が 700(km^2)以内の流域を対象に 37 例の解析を行った．その中で，*Nash-Sutcliffe* 係数（*NS* 値）が 0.8 以上となる解析結果が得られたのは 22 例である．

図―2 は石狩川水系支流嶮渕川，嶮渕地点での解析結果である．流域面積は 63.0(km^2)であり，タンク構成は(A+B)の直列二段タンクモデルである．図―3 は常呂川水系支流仁頃川，豊美地点での解析結果で，流域面積は 157.0(km^2)，タンク構成は直列三段タンクモデルである．また，*NS* 値はどちらも 0.96 以上であり，実用上十分な精度である．

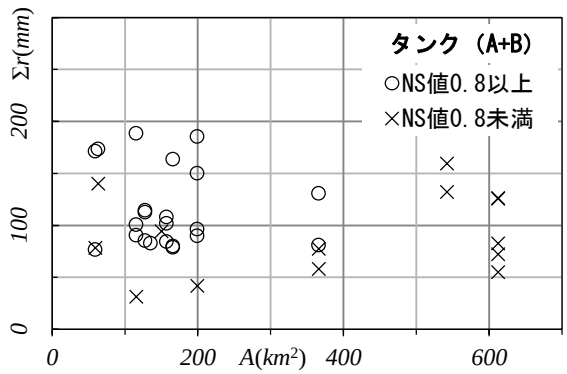
図―4 及び図―5 はそれぞれ，タンク構成がタンク（A+B）の場合とタンク（A+B+B）の場合の *NS* 値と流域面積，総降雨量の関係を示している．北海道は大規模降雨が比較的少ないことから降雨規模の影響は見られないが，流域面積が 200(km^2)以内の流域で解析結果が良好であり，本モデルを適用する際の流域面積の閾値は，200(km^2)程度と考えられる．また，タンク構成については，（A+B）の直列二段タンクモデルで良い精度となる場合が多かった．このことから，200(km^2)以内の流域においては，タンク段数が二段でも十分な解析結果を得られることがわかった．



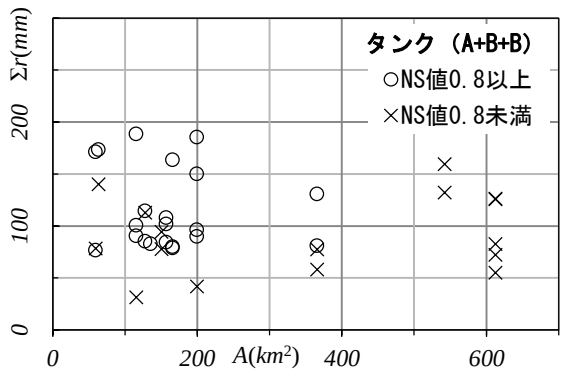
図―2 流出解析結果（嶮渕地点）



図―3 流出解析結果（豊美地点）



図―4 NS 値と流域面積，総降雨量の関係



図―5 NS 値と流域面積，総降雨量の関係

参考文献

1) 日野幹雄，長谷部正彦：水文流出解析，森北出版，1985.
2) 亀山初基，嵯峨浩，柳屋圭吾：流出成分に対応した単一タンクモデルの未知定数推定法，水文・水資源学会 2012 年度研究発表会要旨集，pp.230-231，2012.
3) 北海道開発局開発土木研究所，若手水文学研究会：現場のための水文学，1994.
4) 亀山初基，嵯峨浩，柳屋圭吾：フィルター分離 AR 法を用いたタンクモデル未知定数の推定法，土木学会北海道支部論文報告集第 69 号，B-16，2013.