まくらぎ間隔のバラツキが軌道振動特性に及ぼす影響

新潟大学大学院自然科学研究科　学生員　Batjargal Sodbilig
新潟大学工学部建設学科　正会員　阿部 和久
新潟大学大学院自然科学研究科　正会員　紅露 一寛

1. はじめに

レールのまくらぎ配置は軌道の振動特性に大きく影響を及ぼす．レールの振動を低減させることは列車の走行安定性，乗り心地，地盤振動，騒音等の様々な観点から非常に重要である．そのため，まくらぎ配置の影響に関する研究は重要である．実際の軌道のまくらぎ間隔は一定ではなく，バラツキを有していることが知られている[1)]．また，まくらぎ間隔とバラスト剛性のバラツキが軌道に及ぼす影響も検討されている[2),3),4)]．しかし，まくらぎ間隔がどう変化すると軌道振動特性がどのように変わるかについて，詳細な検討がなされてない．

また，軌道を加振した場合に加振点の応答変位が卓越する共振周波数が存在することが知られており，その応答振幅を抑制することが軌道の振動低減につながると考えられる[5)]．そのためには，まくらぎ間隔の変動と共振応答振幅との関係を把握することが重要である．

そこで本研究では，まくらぎ間隔のバラツキが軌道の共振特性に及ぼす影響について調べる．さらに，まくらぎ間隔にバラツキを有する軌道の共振応答特性の統計的評価を試みた．

2. まくらぎ間隔の変動が共振応答振幅に及ぼす影響

レール支持点を節とする共振モードを対象に，まくらぎ間隔のバラツキを持つ軌道の共振応答振幅について考える．まくらぎ支持点のずれ ε と共振応答振幅がどのような関係にあるのかを検討する．そのために，軌道の一つの支持点のみがずれている場合，加振点の共振応答振幅がどのように変化していくのかを調べた．

(1) 解析条件

図 1 のような有限長の軌道モデルを鉛直方向に調和加振し，加振点の共振応答振幅を調べた．レールは 50kgN レールを想定し，基準まくらぎ間隔を $l = 60$cm とする．PC まくらぎは，レール 1 本当たり 100kg の質点で与え，軌道パッド，防振パッドのばね定数をそれぞれ 110,30MN/m とする．レール端からの反射波が無視でき，無限レールと同じ振動特性が得られるよう，軌道モデルの長さは応答を確認の上 216m(360 ユニット) とした．まくらぎ支持点は左端から順

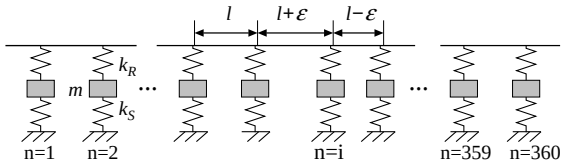

図 1 まくらぎ支持点 i のみがずれている軌道モデル

に n=1,2,... とし，加振点は軌道中央 (n=180 と 181 の間) とした．

(2) 解析結果

あるまくらぎ支持点をずらした場合の，ずれと応答振幅との関係を**図 2,3** に示す．支持点が加振点の左側に位置する n=100,140,180 の場合を**図 2** に，右側に位置する n=181,220,260 の場合を**図 3** に示した．支持点のずれが比較的小さい (-0.02m< ε <0.02m) 領域において, 共振応答振幅は下に凸の放物線のような変化を示し $|\varepsilon|$ と共に，応答振幅が大きくなっていく．一方，さらに大きな $|\varepsilon|$ に対しては，共振応答振幅が減少している．また，共振応答振幅により大きな影響を与えるのは加振点に近い支持点のずれであり，遠方の支持点のずれの影響は小さいことがわかる．

3. 共振応答特性の近似

実際の軌道におけるまくらぎ支持点のずれのバラツキは正規分布で表すことができる[1)]．軌道の共振振幅の統計量の評価を試みる．また，それの摂動法による近似の適用可能性についても検討する．

(1) 摂動法による近似

軌道の加振点での共振応答振幅 A を i 番まくらぎ支持点のずれ ε_i の二次の摂動により次式のように近似する．

$$A = A^0 + \sum_{i=1}^{n} A^k \varepsilon_k + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} A^{kl}\varepsilon_k\varepsilon_l \qquad (1)$$

ここで，A^0 は支持点のずれがないときの応答振幅，A^k 及び A^{kl} はぞれぞれ一次，二次の項の係数である．式 (1) より，A の期待値 $E[A]$ は次式のようになる．

$$E[A] = A^0 + \frac{1}{2}\sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=1}^{n} A^{kk} \qquad (2)$$

ここで,σ_ε^2 はまくらぎ支持点のずれ ε の分散である．

加振点の応答振幅 A の分散 $Var[A]$ の 2 次モーメント近似は一次の摂動と一致し，次式で与えられる．

$$Var[A] = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=1}^{n} (A^k)^2 \qquad (3)$$

Key Words: まくらぎ配置，摂動法，振動解析, 共振応答振幅
連絡先：950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地 TEL 025 (262) 7028 FAX 025 (262) 7021

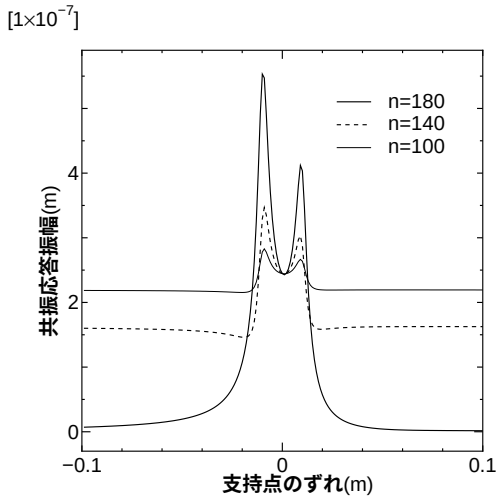

図 2 ずれ-応答振幅の関係 (加振点左側)

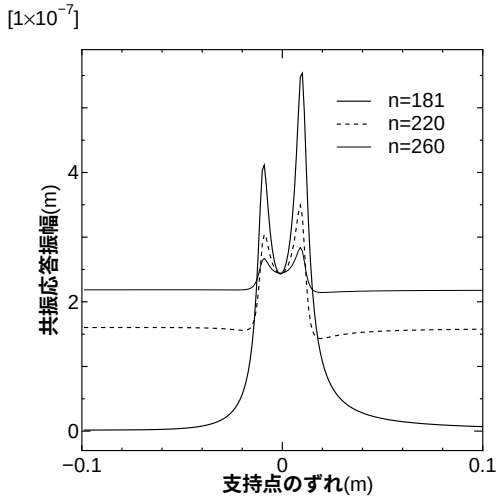

図 3 ずれ-応答振幅の関係 (加振点右側)

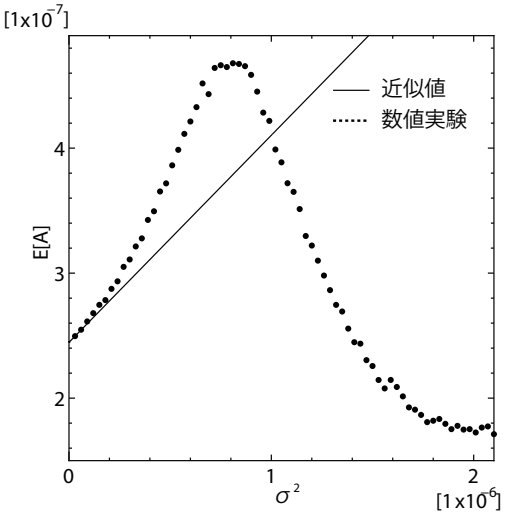

図 4 σ_ε^2-$E[A]$ の関係

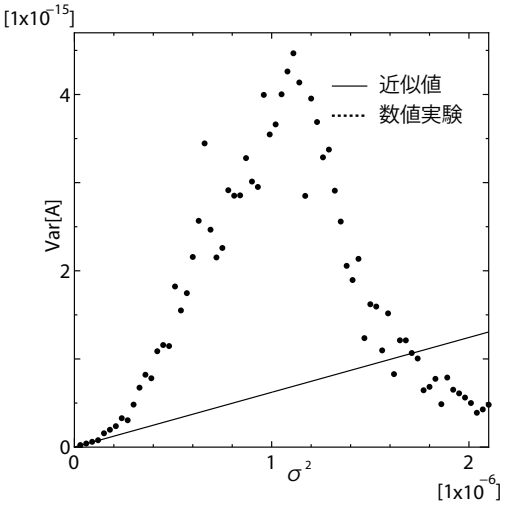

図 5 σ_ε^2-$Var[A]$ の関係

(2) 支持点のずれの分散 σ_ε^2 と応答振幅の期待値 $E[A]$ および分散 $Var[A]$ との関係

式 (2) 及び式 (3) の近似精度を確認するため，分散 σ_ε^2 に従う支持点のバラツキをもつ軌道を対象に，数値実験を行う．

(3) 解析条件

前述の軌道モデルを対象に，すべての支持点のずれ ε を期待値 0，分散 σ_ε^2 の正規乱数により与える．その下で，軌道中央に鉛直調和加振を加え，加振点の共振応答振幅を求める．ひとつの分散 σ_ε^2 に対し，100 ケースの軌道を生成し，それより $E[A]$ および $Var[A]$ を求めた．

(4) 解析結果

σ_ε^2-$E[A]$ の関係を**図 4** に，σ_ε^2-$Var[A]$ の関係を**図 5** にに示す．数値解析結果より，$E[A]$，$Var[A]$ ともに，σ^2 の増大に伴い一旦増加するが，その後減少することがわかる．実際の軌道における σ^2 の値は図に示した範囲より大きく，振幅の期待値は減少するものと思われる．またこの結果から，σ^2 が大きくなるにつれて近似値がずれる傾向が認められる．2 次の摂動の適用範囲は $\sigma_\varepsilon^2 < 2 \times 10^{-7}$ であり，実際の軌道に存在するバラツキに比べ極めて小さい．このことより，摂動法による共振振幅の統計量の評価は現実的でないことがわかる．

4. おわりに

まくらぎ間隔のバラツキが共振応答特性に及ぼす影響を検討した．その結果，バラツキが小さい場合加振点の応答振幅は増大するものの，ある程度大きなバラツキを有すると低下することがわかった．また，実際の軌道におけるまくらぎ間隔のバラツキの下では，摂動法による共振特性の評価は難しいと考えられる．

参考文献

1) Wu,T.X. and Thompson,D.J.: The influence of random sleeper spacing and ballast stiffness on the vibration behaviour of railway track, ACUSTICA, Vol. 86, 313-321, 2000.
2) Oscarsson,J.: Dynamic train-track interaction: Variability attributable to scatter in the track properties, Veh, Sys. Dyn, Vol. 37(1), 59-79, 2002.
3) Heckl,M.A.: Railway noise-Can random sleeper spacing help?, ACUSTICA, Vol. 81, 559-564, 1995.
4) Nordborg,A.: Parametrically excited rail/wheel vibrations due to track support irregularities, ACUSTICA, Vol. 84, 854-859, 1998.
5) Batjargal,S., Abe, K. and Koro, K.: Sleeper spacing optimization for vibration reduction in rails, COSEIK J. Comput. Struct. Eng., 25(6), 569-577, 2012.