

## 等張力膜構造形状を目的とした等ひずみ曲面解析手法について

佐賀大学 学生会員 宝蔵寺宏彰, 瀧川晴菜

正会員 井嶋克志, 帯屋洋之, 川崎徳明

## 1. まえがき

膜構造物の完成時曲面として最も合理的な形状は等張力状態の曲面である。膜構造が等張力状態であれば、曲面全体に渡りせん断応力はゼロであるとともに面外変形に対する幾何剛性も均一となる。この等張力曲面形状は等張力要素モデルを用いて平衡条件式を解くことによって得られる<sup>1)</sup>。しかし、膜自重の考慮など実条件的な条件を付加すれば等張力曲面は成り立たず、等張力要素を用いた解析では即座に計算不能となり実用性に乏しいものであった。本研究は、等張力曲面形成不能条件下でも等張力に最も近い曲面形状を求める方法として等ひずみ曲面解析法を提案するものである。

本解析法は、膜材剛性を有する定ひずみ要素を用いて、全要素が定めた等ひずみとなる要素無応力寸法を求める方法である。等ひずみ曲面解析が等張力曲面解析と最も異なるのは要素面内に膜材剛性を有する点であり如何なる条件下でも安定な計算を行うことができる。また、等張力曲面形成が可能な条件であれば構造全体が等ひずみとなり、形状は等張力曲面となる。

## 2. 定ひずみ要素の剛性方程式

解析では要素内一定ひずみとする三角形要素を用いる。この要素定ひずみ条件に基づけば、図-1 に示す要素端力  $P_1, P_2, P_3$  と辺長伸び量  $\Delta l_1, \Delta l_2, \Delta l_3$  間に次式が成り立つ。

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix} = \frac{Et}{4A(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} e_{10}^2 + \mu l_{10}^2 & e_{10}e_{20} - \mu l_{10}l_{20} & e_{10}e_{30} - \mu l_{10}l_{30} \\ \text{sym} & e_{20}^2 + \mu l_{20}^2 & e_{20}e_{30} - \mu l_{20}l_{30} \\ & & e_{30}^2 + \mu l_{30}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta l_1 \\ \Delta l_2 \\ \Delta l_3 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

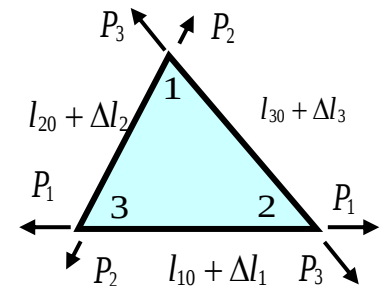


図-1 三角形定ひずみ要素

ここに、 $E$ :膜材ヤング率、 $\nu$ :ポアソン比、 $t$ :膜厚、 $A$ :無応力時要素面積、 $\mu = (1-\nu)/2$ 、 $l_{i0}$ :辺  $i$  の無応力時辺長、 $e_{i0}$ :頂点  $i$  と垂心間の距離である。

## 3. 等ひずみ曲面解析のアルゴリズム

等ひずみ曲面を求める計算手順は次の通りである。

- ①境界条件、荷重、節点初期座標値等を定める。
  - ②節点座標値より得られる要素辺長  $l_i$  と設定等ひずみ量  $\varepsilon_0$  から要素無応力時の辺長  $l_{i0} = l_i / (1 + \varepsilon_0)$  を定める。
  - ③現要素辺長と無応力寸法から辺長伸び量を求める。
  - ④式(1)より要素端力を求める。
  - ⑤要素端力と荷重から節点における不平衡力を求める。
  - ⑥最大不平衡力が許容値未満か否かにより平衡状態を判定する。最大不平衡力が許容値以上であれば⑦に、許容値未満であれば⑧に進む。
  - ⑦不平衡力を節点力として接線幾何剛性方程式から節点変位を求め、節点座標値を更新し、③に戻る。
  - ⑧平衡解を得られたものとして全要素の3辺方向の伸びひずみを計算し設定した等ひずみ量との誤差を求める。最大ひずみ誤差が許容値以上であれば②に戻り、許容値未満に達すれば膜構造全体が等ひずみ状態
- キーワード：膜構造、幾何学的非線形、等張力曲面、等ひずみ解析

〒840-8502 佐賀市本庄1 佐賀大学大学院工学系研究科都市工学専攻 TEL0952-28-8579

の平衡解を得たものとする。

#### 4. 双曲面形状の数値計算例

等ひずみ曲面解析による等張力曲面形状の計算例として双曲面を求めてみる。膜材には塩ビコーティングポリエステル基布相当を用いている。

図-2 に示すように一辺 5m の正三角形 2 つを貼り合わせ周辺固定とした初期仮定形状のもとに、全要素が設定ひずみ 0.001 に対して 0.1% の誤差以下になった曲面形状を図-3 に示している。図-3 は膜材の自重を無視したものであるため、等張力曲面形状を得ることができる。膜材の剛性や設定ひずみを変化させて計算しても同一曲面形状を得ることを確認できたことにより、図-3 は等張力曲面とほぼ同一曲面と判断できる。

図-4 は要素寸法を更新した回数とこのときの平衡形状全要素における設定ひずみに対する最大誤差とを示したものである。自重無視の場合は 64 回の反復計算で収束解を得るものの、等張力曲面形状が存在しない膜自重を考慮した場合には設定した許容ひずみ誤差に達することなく図のような収束過程となった。ただし、この収束過程は導入張力と自重の大きさによって変化し、大きな導入張力下では自重の影響が小さくなり許容ひずみ誤差の解を得ることができる。このように等ひずみ解析であれば導入張力と自重の関係による最大誤差ひずみも同時に得ることが可能である。

#### 5. 回転双曲面形状の数値計算例

次に等ひずみ曲面解析を用いて等張力曲面であれば回転双曲面となる形状を求めてみる。図-5 に示す曲面形状は直径 2m の 2 つの円の間隔を 0.8m として、円上の節点を固定のもとに全要素が等ひずみとなる曲面形状を示したものである。2 つの円の間隔が直径の約 0.7 以下であれば回転双曲面となり、この間隔を超えれば等張力曲面解析では反復計算が即座に発散する。一方、等ひずみ曲面解析では膜材剛性を用いた有限変位解析であるため発散することはない。しかし、等張力曲面は回転双曲面としては存在しないため、反復計算に伴いひずみ誤差は徐々に小さくなるものの最小誤差に限界が現れる。2 つの円の間隔が大きい程この最小ひずみ誤差は大きく、図-6 に示す間隔では設定ひずみ 0.001 とほぼ同じ誤差より小さくならなかった。

なお、等ひずみ曲面解析により最小誤差の曲面形状を求めるときは、実膜剛性を用いるより非常に小さい剛性を設定したほうが反復計算回数は減少する。

**参考文献:** 1) 後藤茂夫, 荒牧軍治, 井嶋克志, 深江葉子: 要素剛性分離の手法による等張力曲面の形状と膜構造解析、構造工学論文集, Vol37A, pp.307-314, 1991.3.

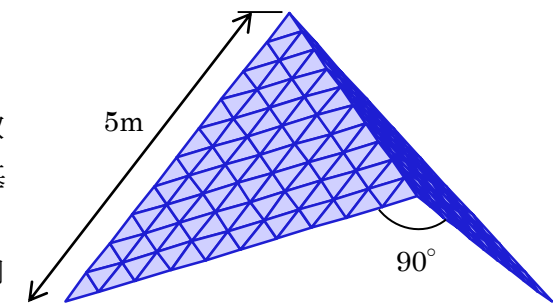


図-2 初期仮定形状

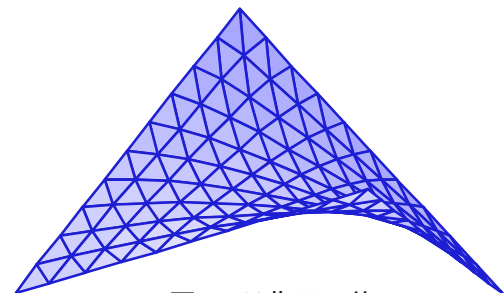


図-3 双曲面形状

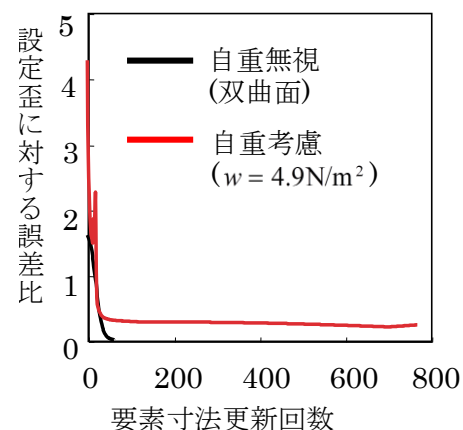


図-4 ひずみ誤差の収束過程

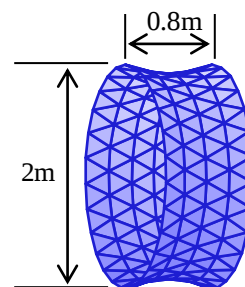


図-5 回転双曲面形状

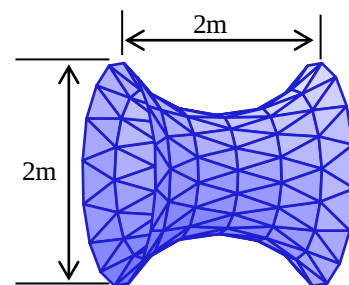


図-6 ひずみ最大誤差が最小の曲面形状