

水平荷重が作用する石造アーチ橋の軸力線を円弧にする鉛直荷重について

国土コンサルタンツ(株) 正員 筒井 光男
九州産業大学 フェロー 水田 洋司
福岡大学 正員 坂田 力

1. はじめに

石造アーチ橋の形状は多くは円弧である。そして石造アーチ橋の安定性は軸力線の偏心率に左右される。筆者らは、水平荷重が作用しない場合の、軸力線を円弧にする鉛直荷重について参考文献1)で報告した。今回、水平荷重が作用する場合に、軸力線を円弧にする鉛直荷重をケーブルの釣合い²⁾から求めたので報告する。本論文では、軸力線を円弧にする荷重を理想荷重と呼ぶ。

2. 水平分布荷重がある場合の理想荷重

2.1 水平等分布荷重がある場合

ケーブルに図-1のような鉛直荷重 P 、水平反力 H_o 、水平等分布荷重 p_h が作用しているとする。このとき水平方向の釣合いは次式で表される。

$$T \cos \theta = T' \cos \theta' + p_h \cdot dy \quad (1a)$$

$$T \cos \theta = H_o + p_h \cdot \rho \cdot \cos \theta \quad (1b)$$

このとき、図-2より T' 直角方向の釣合いは

$$P \cos \theta' = T \sin \beta - p_h \cdot dy \cdot \sin \theta' \quad (2)$$

式(1)の T を式(2)へ代入して

$$P = \frac{(H_o + p_h \cdot \rho \cdot \cos \theta) \sin \beta}{\cos \theta \cdot \cos \theta'} - \frac{p_h \cdot dy \cdot \sin \theta'}{\cos \theta'} \quad (3)$$

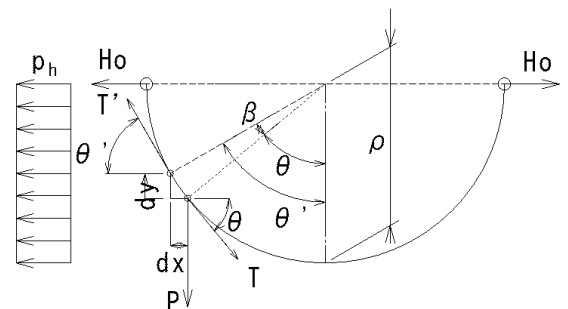


図-1 水平等分布荷重作用時

ここで、 ds はケーブル微小長さ、 β はその中心角、 T, T' は ds を挟んだケーブル張力、 θ, θ' は中心角を示す。図-3の石造アーチ橋を想定し、 γ を材料の単位質量とすると、 $P = \gamma \cdot z \cdot dx$ 、 $dx = ds \cdot \cos \theta$ 、 $dy = ds \cdot \sin \theta$ 、 $\sin \beta = ds / \rho$ 、 $ds \ll 1.0$ のとき $\theta = \theta'$ となる。これらを式(3)に代入して変形すると、水平等分布荷重が作用する場合の理想荷重が求まる。

$$\gamma \cdot z = \frac{H_o}{\rho \cdot \cos^3 \theta} + p_h \quad (4)$$

水平等分布荷重が作用する場合の理想荷重は、水平荷重が作用しない場合の理想荷重である右辺第1項に、鉛直方向に水平と同じ強度の等分布荷重を加えるものとなっている。これは次のように考えることが出来る。鉛直のみの理想荷重と水平等分布荷重を作用させると、曲げモーメントが発生し、軸力線は偏心する。さらに鉛直方向に同じ強度の等分布荷重を載荷すると、曲げモーメント軸力線は発生せず、軸力線は元に戻る。

2.2 水平三角形荷重がある場合

次に、通常土圧を想定して、水平三角形荷重を載荷させる場合(図-4)を考える。このときの釣合いは

$$T \cos \theta = T' \cos \theta' + p_h \cdot dy (1 - \cos \theta) \quad (5a)$$

$$T \cos \theta = H_o + p_h \cdot \rho \cdot \cos \theta - \frac{p_h \cdot \rho \cdot \cos^2 \theta}{2} \quad (5b)$$

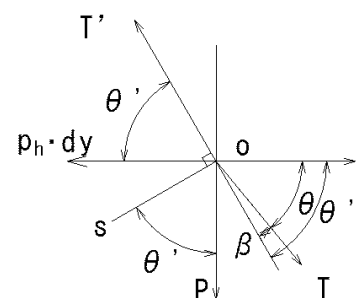


図-2 釣合図

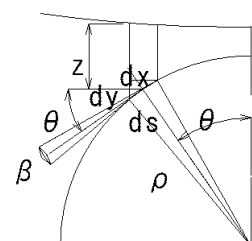


図-3 荷重図

$$P \cos \theta' = T \sin \beta - p_h \cdot dy(1 - \cos \theta) \sin \theta'$$

前節と同様に変形すると次式が得られる。

$$\gamma \cdot z = \frac{H_o}{\rho \cdot \cos^3 \theta} + p_h \left(1 - \frac{\cos 2\theta}{2 \cos \theta} \right)$$

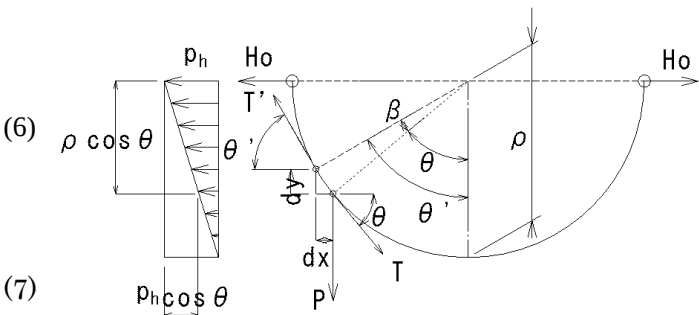
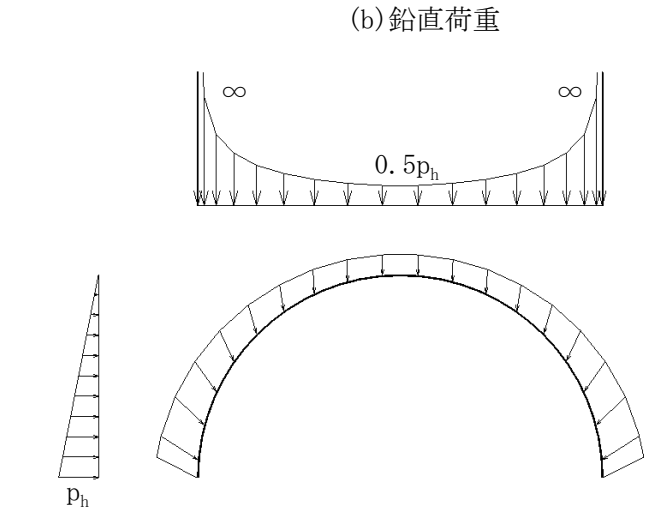


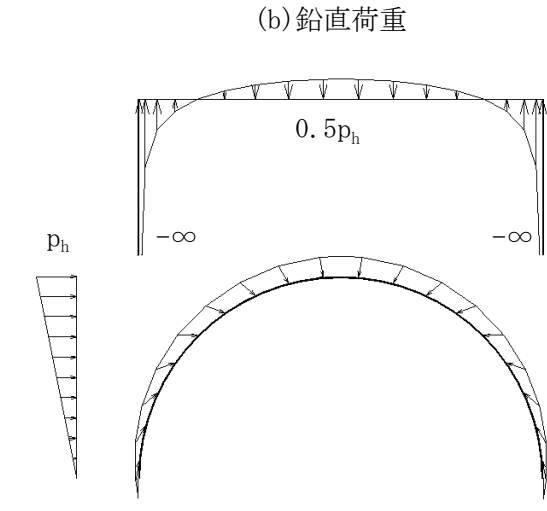
図-4 水平三角形荷重作用時

3. 理想荷重

式(7)の右辺第2項までは、水平等分布荷重が作用する場合の式(4)と同じである。このことは、三角形の影響が第3項であることを意味する。つまり、第1項は水平荷重が無い場合、第2項は水平等分布荷重の場合、2項と3項の和はスプリング部が大きい水平三角形荷重(図-5(a))、3項はクラウン部が大きい水平三角形荷重(図6-(a))に対応する理想荷重を示す。第3項はθが90°の時にマイナス無限大となる(図-6(b))。しかし、部材長さ当たりの荷重(骨組解析の節点荷重に相当))は、この項にcosθを乗ずるため、p_h・cos2θ/2となり、-0.5p_h~0.5p_hの値をとる(図-6(c))。2項と3項の和にcosθを乗じたものはθ=60°の時に最大0.75p_hとなる(図-5(c))。



(a) 水平荷重 (b) 鉛直荷重 (c) 部材長さ当たり荷重
図-5 第2項と3項の和の理想荷重



(a) 水平荷重 (b) 鉛直荷重 (c) 部材長さ当たり荷重
図-6 第3項の理想荷重

4. 骨組解析による軸力線の偏心量

支間20m、ライズ10mの半円アーチを考え、第3項の理想荷重(表-1)を作用させて骨組解析を行なった。諸元は、輪石厚0.72mと想定して、断面積0.72m²、断面2次モーメント0.031m⁴、ねじり定数1m⁴、ヤング率は10⁷kN/m²、ポアソン比は0.13とした。その結果、最大曲げモーメントは0.0132kN・m、軸力は2.705kNとなり、最大偏心量は0.005mとなった。この値は輪石厚の0.7%であり十分に小さく、軸力線は円弧と見なせる。

5. おわりに

水平荷重が作用する場合の石造アーチ橋の軸力線を円弧とする鉛直荷重は式(7)で求められる。式(7)第1項は、水平力が無い場合、第2項が水平等分布荷重の場合の理想荷重である。また、第3項がクラウン部で大きい水平三角形荷重の場合、第2項と3項の和がスプリング部で大きい水平三角形荷重の場合の理想荷重である。

表-1 第3項理想荷重

中心角 θ (deg.)	水平 (kN)	鉛直 (kN)
5	0.0868	0.4924
15	0.2500	0.4330
25	0.3830	0.3214
35	0.4698	0.1710
45	0.5000	0.0000
55	0.4698	-0.1710
65	0.3830	-0.3214
75	0.2500	-0.4330
85	0.0868	-0.4924

参考文献

1) Mitsuo Tsutsui, Yoji Mizuta and Tsutomu Sakata : Line of thrust and theoretical load of masonry arch bridge
ARCH'10-6th International Conference on Arch Bridge pp.332~337, 2010.10
2) 松永工、飯島耕一郎: 土木実用アーチ設計法、博文館、1907