

レール・車輪間接触バネの非線形性が定常応答に及ぼす影響

新潟大学大学院自然科学研究科 学生会員 千田雄亮
 新潟大学工学部建設学科 正会員 阿部和久
 新潟大学大学院自然科学研究科 正会員 紅露一寛

1. はじめに

列車走行によって生じる軌道振動は、列車の走行安定性や軌道破壊、地盤振動などに影響を及ぼす。これらの問題に適切な対策を講じるためには、その動特性を把握する必要がある。既往の研究¹⁾²⁾では、無限長レール・半無限地盤・車輪連成系の定常応答解析手法が構成されてきている。なお、文献¹⁾²⁾では、走行車輪・軌道間の接触バネは線形で与えられている。しかし、実際の接触バネは非線形性を有している。軌道振動は主に車輪とレールの接触により生じるため、列車・軌道連成系の動的応答の把握には、レール・車輪間の接触を適切に評価する必要がある。

そこで、本研究では、レール・車輪間の接触を非線形バネで与え、具体的な解析手法を構成すると共に定常応答への影響を調べる。

2. 解析手法

(1) 非線形バネによるレール・車輪間接触力

図1のように、地盤上に軌道パッド、まくらぎ、まくらぎ下パッドを介して離散支持された無限長レールを対象とする。その上を一定の上載荷重 P が作用する質量 M の車輪が一定速度 c で走行するものとする。なお、まくらぎは等間隔 L で配置されており、車輪変位 $w(t)$ および、レール変位 $u(t)$ は周期長 L に律動するものとする。

車輪・レール間の接触力 $F^w(t)$ は、ヘルツ接触応力の2次近似により次式で与える。

$$F^w(t) = k_1(w(t) - u(t)) + k_2(w(t) - u(t))^2 - \frac{P}{8} \quad (1)$$

ここで、 k_1, k_2 はそれぞれ車輪、レールの物性値より得られる定数でヘルツ接触係数を k とすると次式で与えられる。

$$k_1 = \frac{3}{4}k\delta_0^{\frac{1}{2}}, k_2 = \frac{3}{8}k\delta_0^{-\frac{1}{2}}, \delta_0 = \left(\frac{P}{k}\right)^{\frac{2}{3}} \quad (2)$$

一方、接触力 $F^w(t)$ は、まくらぎ間隔 L の周期性をもつため Fourier 級数により次のように表現できる。

$$F^w(t) = \sum_n F_n^w e^{i\frac{2n\pi}{L}ct} \quad (3)$$

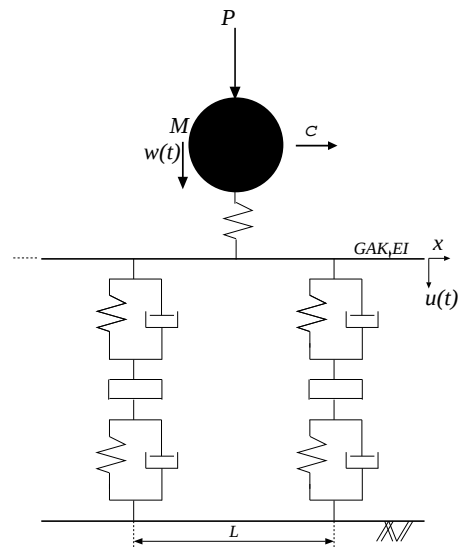


図1 移動荷重が作用する無限長レール

同様に、車輪変位 $w(t)$ 、レール変位 $u(t)$ を次式で与える。

$$\begin{aligned} w(t) &= \sum_n w_n e^{i\frac{2n\pi}{L}ct} \\ u(t) &= \sum_n \sum_m F_n^w A_m^n e^{i\frac{2n\pi}{L}ct} \end{aligned} \quad (4)$$

ただし、 A_m^n はまくらぎ、地盤連成系のモデルより得られるレール変位の振幅である¹⁾²⁾。

また、車輪の運動方程式を次式で与える。

$$F^w(t) = M \frac{\partial^2}{\partial t^2} w(t) - P \quad (5)$$

式(5)に式(3)、式(4)を代入すると $e^{i\frac{2n\pi}{L}ct}$ の各項について次式が得られる。

$$w_n = \frac{1}{M} \left(\frac{L}{2n\pi c} \right)^2 F_n^w \quad (n \neq 0), \quad (6)$$

$$w_0 = \delta_0 + P A_0^0 \quad (n = 0) \quad (7)$$

以上の準備のもと、式(3)、式(4)及び式(6)を式(1)に代入すると、 $e^{i\frac{2n\pi}{L}ct}$ の各項について、 F_n^w を未知量とした無限連立方程式が次式のように得られる。

$$\begin{aligned} -F_n^w + k_1 \left(M \left(\frac{L}{2n\pi c} \right)^2 F_n^w - \sum_i F_i^w A_n^i \right) \\ + k_2 \sum_{l \neq 0} \left(M \left(\frac{L}{2l\pi c} \right)^2 F_l^w - \sum_i F_i^w A_l^i \right) \\ \times \left(M \left(\frac{L}{2(n-l)\pi c} \right)^2 F_{n-l}^w - \sum_j F_j^w A_{n-l}^j \right) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Key Words: 定常応答解析, レール・車輪接触, 非線形バネ

連絡先: 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地 TEL 025(262)7028 FAX 025(262)7021

表 1 レールの諸条件

質量密度 (kg/m^3)	7880
ヤング率 (N/m^2)	206×10^9
ポアソン比	0.33
断面積 (m^2)	77.5×10^{-4}
断面二次モーメント (m^4)	3.09×10^{-5}
せん断弾性係数 (N/m^2)	77.44×10^9
せん断係数	0.34

式 (8) を有限項で打ち切り, それを解くことで未知量 F_n^w が得られ, 式 (3) より車輪・レール間の接触力を求めることができる。

実際の解析では Fourier 級数を有限項で打ち切り, Newton-Raphson 法を用いて解を求める。

3. 解析例

(1) 解析条件

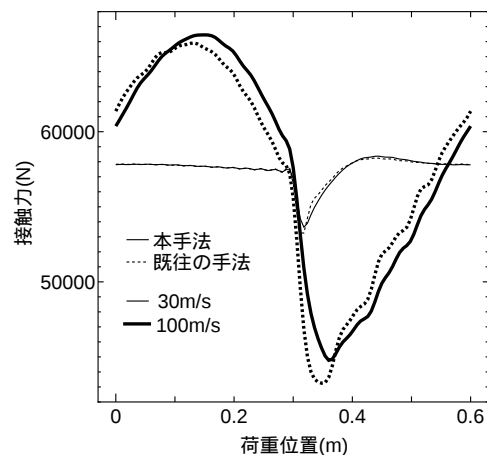
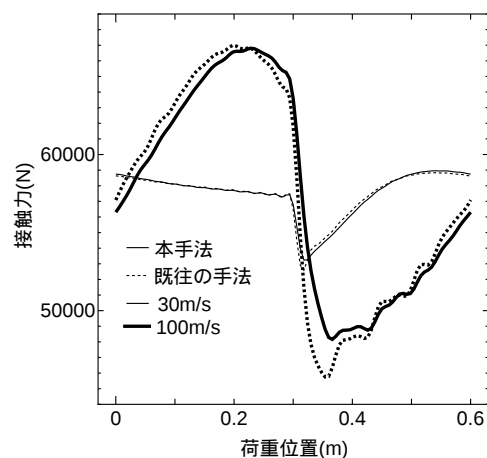
図 1 に示した無限長軌道を対象とする。まくらぎ間隔は $L = 0.6\text{m}$, 軌道パッド, まくらぎ下パッドのバネ定数及び減衰定数はそれぞれ $k_s = 110\text{MN}/\text{m}$, $\eta_s = 1.1\text{MN}\cdot\text{s}/\text{m}$, $k_b = 60\text{MN}/\text{m}$, $\eta_b = 0.6\text{MN}\cdot\text{s}/\text{m}$ で設定し, レール一本分のまくらぎ質量は 100kg とし, 地盤剛性はせん断波速度を $C_T = 5000\text{m}/\text{s}$ とし, 剛基盤に近い設定をしている。車輪の上載荷重は $P = 57500\text{N}$, レール・車輪間の接触定数を $k = 96\text{GN}/\text{m}^3$ と設定した。Fourier 級数の打ち切り項は $|n| = 35$ としている。また, レールは 60kg レールを対象とし表 1 の様に設定する。

(2) 接触バネの非線形性が輪重応答に及ぼす影響

車輪質量は 500kg , 1000kg の 2 ケース, 車輪走行速度は $30\text{m}/\text{s}$, $100\text{m}/\text{s}$ の 2 ケースとし, 計 4 ケースを解析した。解析結果を図 2, 図 3 に示す。図は横軸が車輪位置で 0.3m がまくらぎ位置となっている。また, 比較のため既往の手法²⁾による結果をそれぞれ破線で示す。既往の手法による解析では, 静的荷重下でヘルツ接触モデルの接線剛性を与えるように, バネ定数を $1.2 \times 10^9\text{N}/\text{m}$ に設定した。その他の条件については本手法によって行った解析の条件と同様となっている。

図 2, 図 3 より, まくらぎ通過直後に接触力が急減する輪重抜けが見られる。その傾向は, 走行速度が大きいほど, また車輪質量が大きいほどより顕著になっていることが確認できる。

本手法による結果と既往の手法による結果を比較すると, 走行速度 $30\text{m}/\text{s}$ の場合, 図 2, 3 共に非線形性の影響はほとんど認められないが, $100\text{m}/\text{s}$ の場合には比較的明瞭な差が生じている。特にまくらぎ通過後の輪重抜けの直後に比

図 2 車輪・レール間の接触力 ($M=500\text{kg}$)図 3 車輪・レール間の接触力 ($M=1000\text{kg}$)

較的大きな違いが見られ, 輪重抜けが小さく抑えられていることがわかる。また, 図 2, 図 3 より, 車輪質量が大きい程, その傾向が明瞭になっていることが分かる。ただし, この差は全体の接触力に対して, 車輪質量 500kg の場合に 3.5% 程度, 車輪質量 1000kg で 5.2% 程度であり定常応答に与える影響は決して大きくない。

4. おわりに

本研究では, レール・車輪間の接触バネの非線形性を考慮した軌道定常応答解析手法を構築した。

レール・車輪間の接触バネの非線形性が定常応答に及ぼす影響は, 走行速度が速く動的応答が大きい場合に比較的明瞭に現れた。特に, まくらぎ通過直後の輪重抜けに減少が認められた。ただし, 輪重全体に対して, その差は小さく非線形性が及ぼす影響は決して大きくはなく, 定常応答に対して重要ではない。

参考文献

- 1) 佐成屋淳, 阿部和久, 紅露一寛: 走行車輪と軌道系の定常応答解析, 計算数理工学論文集, Vol.9, 61-66, 2009.12.
- 2) 高野祐紀, 阿部和久, 紅露一寛: 3次元地盤・走行車輪・軌道連成系の定常振動応答解析, J-RAIL2011, 219-222, 2011.12.