

# 高速積分方程式法を用いた半無限弾性波動場における逆散乱解析手法について

東京理科大学 学生会員 福代 康文  
 東京理科大学 正会員 東平 光生

## 1 序論

近年著者らの研究グループでは、高速領域積分方程式法<sup>1)</sup>を用いた弾性波動場の逆散乱解析手法について開発・検討を行ってきた。領域積分方程式は、波動場と不均質領域を結びつける特徴があり、これに着目した定式化を行い、インバージョンの方程式を得ている。一方、このインバージョンの方程式にそのまま Krylov 部分空間反復解法を適用すると解の収束特性が悪いという結果が分かっている<sup>2)</sup>。本研究では、インバージョンの方程式に Tikhonov の正則化法<sup>3)</sup>を適用することで、解の収束特性への効果を検証している。

## 2 解析理論

図1に逆散乱解析のモデル図を示す。地表面を加振することで生じる入射波と、不均質領域で反射した散乱波の情報から、不均質領域の性状を推定する。しかし、散乱波の観測データは地表面全体にわたり、全部利用する事は実用的ではない。そこで観測データの領域を制限するため、 $\chi_\Omega(x)$ という特性関数を用いる。この式は

$$\chi_\Omega(x) = \begin{cases} 1 & (x \in \Omega) \\ 0 & (otherwise) \end{cases} \quad (1)$$

である。また逆散乱解析で用いる領域積分方程式は次のように表現することができる。

$$\begin{aligned} v_i(x) &= -\chi_\Omega(x)\mathcal{U}_{ij}^{-1}\hat{h}(\xi)\mathcal{U}_{jk}M_{kl}(y)q_l(y) \quad (2) \\ q_l(y) &= [\tilde{\lambda}(x), \tilde{\mu}(x), \tilde{\rho}(x)]^T \end{aligned}$$

ここで  $v_i$  は散乱波の変位、 $\mathcal{U}_{ij}$ 、 $\mathcal{U}_{ij}^{-1}$  は一般化 Fourier 変

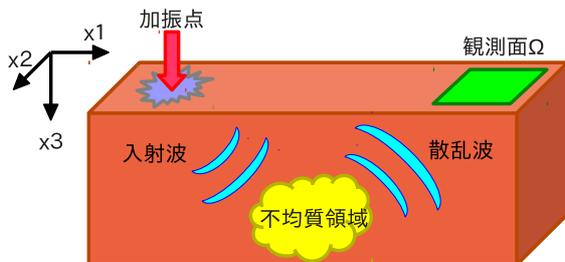


図 1: 逆散乱解析

換および逆変換の演算子、 $\hat{h}$  は波数領域の Green 関数、 $M_{kl}$  は入射波動場から構成される微分演算子、 $q_l$  は不均質領域の状態ベクトルである。簡単のために

$$A_{il} = \chi_\Omega(x)\mathcal{U}_{ij}^{-1}\hat{h}(\xi)\mathcal{U}_{jk}M_{kl}(y) \quad (3)$$

とおくと、式 (2) は

$$v_i(x) = -A_{il}q_l(y) \quad (4)$$

と書き換える事ができる。式 (4) に Tikhonov の正則化法を適用すると次のようになる。

$$A_{li}^*v_i(x) = \alpha\delta_{il}q_l(y) + A_{ki}^*A_{kl}q_l(y) \quad (5)$$

ここで、 $\alpha$  は正則化パラメータ、 $A^*$  は  $A$  の共役演算子である。

## 3 解析結果

ターゲットモデルを図2に示す。ここでの背景地盤の弾性定数は  $\lambda = 4.0$ [GPa]、 $\mu = 2.0$ [GPa] である。また不均質領域は一边を 3[km] とする立方体とし、弾性定数を背景地盤からの変動として  $\tilde{\lambda} = 0.1$ [GPa]、 $\tilde{\mu} = 0.1$ [GPa] とする。解析条件は加振力を  $1.0 \times 10^7$ [kN]、振動数を  $1.0$ [Hz]、質量密度を  $2.0 \times 10^3$ [kg/cm<sup>3</sup>]、正則化パラメータを  $3.6 \times 10^{-6}$  とする。

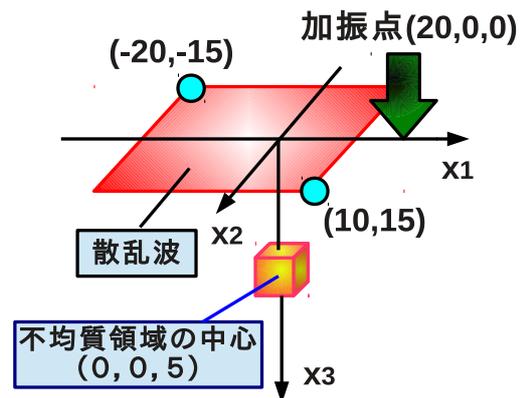


図 2: ターゲットモデル [km]

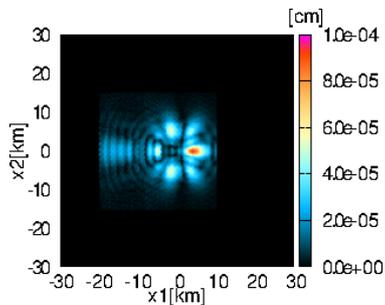


図 3: 観測データ

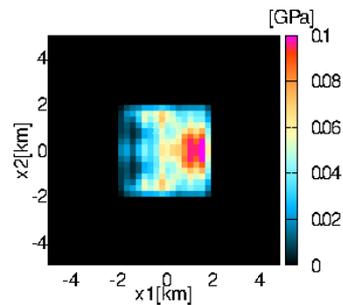


図 5: 再構築された不均質領域 (at  $x_3=5$ [km])

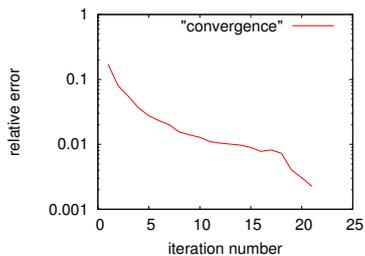


図 4: 収束グラフ

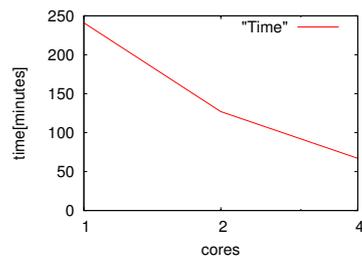


図 6: 計算時間の比較

図 3 は散乱解析で求めた地表面 ( $x_3=0$ [km]) での散乱波の振幅を示す．図 3 に示す散乱波の振幅は，不均質領域の直上ではなく，その背後や側方に大きい．図 4 は反復回数と相対残差の関係を示す収束グラフである．縦軸に片対数で相対残差，横軸を反復回数にしている．図 4 より相対残差は反復回数を重ねるごとに減少し，解が収束していることが分かる．著者らの過去の研究<sup>2)</sup>では反復過程で解が収束しなかったことから，Tikhonov の正則化法により解の収束特性が改善された事が分かる．図 5 に深さ 5[km] 地点で再構築された  $\tilde{\mu}$  の図を示す．図 5 より再構築された不均質領域の最大振幅はターゲットモデルと同程度まで再現できていることが分かる．しかし，空間的な広がりについては，更なる検討が必要である．また精度の向上のために，加振点を複数にすることにより，散乱波の情報を増やすことも必要であろう．なお，解析には MPI 関数を用いて並列計算を導入している．図 6 に非並列計算と並列計算の計算時間の比較図を示す．図 6 より，core を 4 つ利用し並列計算した場合の計算時間は，非並列計算と比較して約 1/4 程度に短縮できたことが分かる．

#### 4 結論

本論文では、領域積分方程式に Tikhonov の正則化法を適用することで、収束特性が改善した事について論じた．これにより解が収束し，再構築された不均質領域の最大振

幅はターゲットモデルと同程度再現できるようになった．また，プログラムを並列化したことにより，多くの解析データを効率よく得る事が可能になった．しかし，空間的な広がりについては，更なる検討が必要である．

#### 5 参考文献

- 1) Touhei T., A fast volume integral equation method for elastic wave propagation in a half space. International Journal of Solids and Structures, 2011.
- 2) Touhei, T., Takagishi, T., Wajima, Y., Kuranami, K., Inverse scattering analysis for an elastic half space based on a fast volume integral equation method. BOUNDARY ELEMENTS AND OTHER MESH REDUCTION METHODS XXXII, pp.111-119, 2010.
- 3) Colton, D., Kress, R., Inverse Acoustic and Electro magnetic Scattering Theory. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1998.
- 4) 日名子卓也, 東平光生, 高速領域積分方程式法を用いた半無限弾性波動場における逆散乱解析手法の定式化について, 土木学会全国大会第 67 回年次学術講演会論文, 2012.