

高速領域積分方程式法を用いた大規模地殻構造における波動解析の試み

東京理科大学 学生会員 ○松原 好希
東京理科大学 正会員 東平 光生

1 序論

近年著者らの研究グループでは、高速領域積分方程式法を用いた弾性波動場の散乱解析手法について開発・検討を行ってきた¹⁾²⁾。この解析手法は、Fourier 変換と Krylov 部分空間反復解法を領域積分方程式法に適用させることで、従来必要であった大規模な係数行列を導出せずに方程式の解を得ることを可能にしている。本研究では、高速領域積分方程式法を用いて実際の地殻構造の波動解析を行うためのモデルを作成し、その解析を試みた。

2 解析理論

弾性波動場における Green 関数 $G_{ij}(x, y)$ は以下で定義される。

$$\begin{aligned} L_{ij}G_{jk}(x, y) &= -\delta_{ik}\delta(x-y) \\ L_{ij} &= (\lambda + \mu)\partial_i\partial_j + \delta_{ij}\mu\partial_k^2 + \delta_{ij}\rho\omega^2 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 λ, μ は Lamé 定数、 ρ は質量密度である。この Green 関数を用いて、空間領域における領域積分方程式を表すと次のようになる。

$$\begin{aligned} v_i(x) &= u_i(x) - u_i^{(I)}(x) \\ &= -\int_{\mathbb{R}_+^3} G_{ij}(x, y) N_{jk} v_k(y) dy \\ &\quad - \int_{\mathbb{R}_+^3} G_{ij}(x, y) N_{jk} u_k^{(I)}(y) dy \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $v_i(x)$ は散乱波による変位、 $u_i(x)$ は全変位、 $u_i^{(I)}(x)$ は入射波による変位、 N_{jk} は揺らぎの演算子を表す。

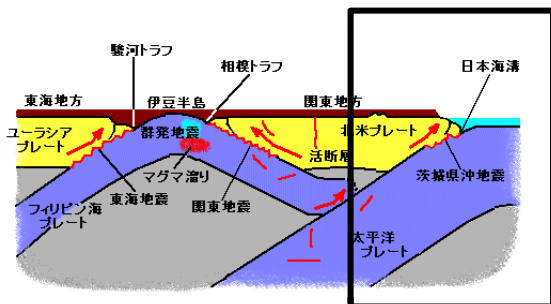


図 1: 伊豆半島周辺の地殻構造

$$\hat{v}_i = \hat{h}(\xi) \mathcal{U}_{ij} \left[N_{jk} u_k^{(I)}(x) \right] + \hat{h}(\xi) \mathcal{U}_{ij} \left[N_{jk} (\mathcal{U}_{kl}^{-1} v_l(\xi)) \right] \quad (3)$$

ここで、 $\hat{v}_i$ は散乱波、 $\hat{h}(\xi)$ は波数領域の Green 関数、 $\mathcal{U}, \mathcal{U}^{-1}$ は一般化 Fourier 変換、一般化逆 Fourier 逆変換を表す。本研究では、式 (3) に Krylov 部分空間反復解法を用いて Fourier 変換に高速アルゴリズムを適用することで解析を行う。

3 解析結果

図 1 は伊豆半島周辺の地殻構造である³⁾。図 2 は図 1 の box で囲んだ領域を、解析領域としてモデル化したものである。図 2 におけるマゼンダ色は大陸プレート、橙色は海洋プレート、黄色は上部マントル、黒色は海をそれぞれ表している。ただし、海の領域はせん断弾性定数を $\mu=0$ としてモデル化した。本研究では、領域積分方程式の解析精度に及ぼす grid 間隔に着目する。grid 間隔は S 波の波長を 2^n で除したものとし、この n をここでは解像度と呼ぶ。解析は図 2 に示す位置に加振点を取り、 x_3 方向に加振力 10^7 (kN) で加振している。図 3 は横軸に解像度を取り、縦軸に反復過程における解の相対残差の最小値をプロットしたグラフである。図 3 によれば、解像度が 2.8 の時に最小相対残差は最も小さな値を示している。すなわち、解像度を上げて相対残差が単調減少するのではなく、単純な関係ではないことが分かる。

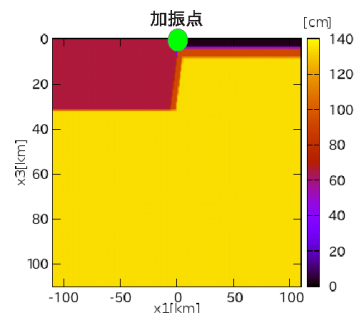


図 2: 解析モデル

キーワード：弾性波解析, 領域積分方程式, Fourier 変換, Krylov 部分空間法

〒 278-8510 千葉県野田市山崎 2641 東京理科大学理工学部土木工学科 応用力学研究室 TEL:0471-24-1501(ex 4063)

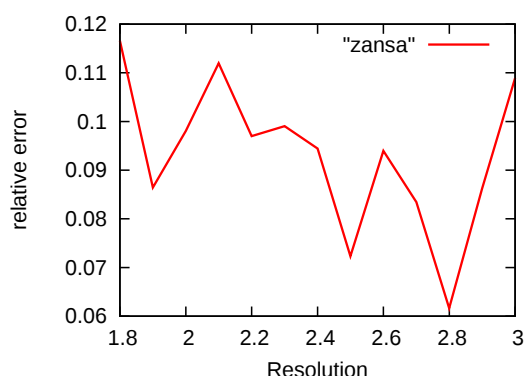


図 3: 解像度-相対残差

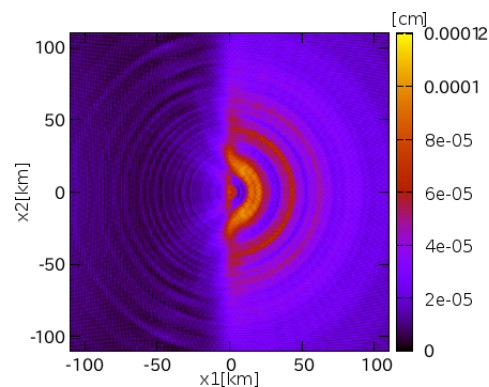
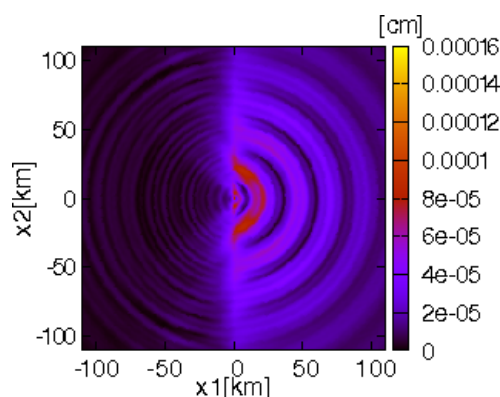
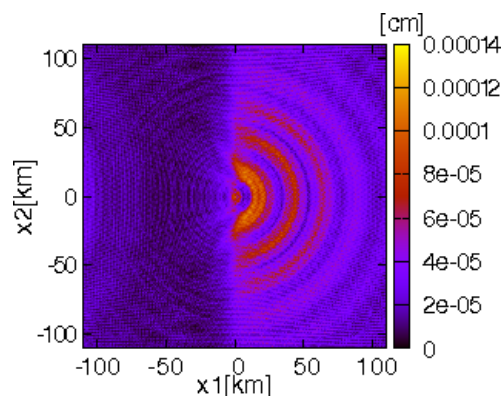
図 5: 地表面図 (解像度 $n=2.8$)図 4: 地表面図 (解像度 $n=1.8$)図 6: 地表面図 (解像度 $n=3.0$)

図 4-6 は、それぞれ解像度が 1.8, 2.8, 3.0 の時の地表面における散乱波の変位図である。図 4-6 によれば、海の領域で散乱波が卓越している。これは固体で波動が反射されたためであると考えられる。また解像度の値により、散乱波の変位の最大値は異なってくることが分かる。これは解の収束がそれぞれのケースで充分でないことを示しており、さらなる解の収束が今後の課題である。

4 結論

本論文では、実際の地殻構造のモデルを作成し、解像度に着目して、高速領域積分方程式を用いた散乱解析を行った。解析結果によると、解像度の値によって散乱波の変位の最大値は異なることが分かった。これはそれぞれのケースで解の収束が充分でないことが原因であると考えられる。

これからの課題は、さらに解を収束させるために、本手法で用いている Green 関数を多層構造モデルに対応させること、現在用いている反復解法の検討の 2 点が必要である。

5 参考文献

- 1) Touhei Terumi: Generalized Fourier transform and its application to the volume integral equation for elastic wave propagation in a half space, International Journal of Solids and Structures Vol 46, pp. 52-73, 2009.
- 2) Touhei, T: A fast volume integral equation method for elastic wave propagation in a half space, Int. J. Solids and Structures, vol 48, pp 3194-3208, 2011
- 3) <http://www5d.biglobe.ne.jp/miraikai/nihonnopureito.htm>