

固体と流体の中間的媒質の揺動現象を解析するための有限要素法の開発

京都大学工学部	学 生 員	○秋山 良平
京都大学防災研究所	正 会 員	後藤 浩之
京都大学防災研究所	正 会 員	澤田 純男

1. はじめに

2011 年東北地方太平洋沖地震では、東北地方から関東地方にかけての広い範囲で大規模な液状化現象が発生した。これまで液状化現象を捉えた動画は希少であったが、都市部で発生したことや撮影デバイスの普及により、様々な動的な挙動が認められている。本研究では、このうち液状化地盤の揺動現象に着目する。これは地盤が液状化した後に 4-5 秒程度の周期で地盤が大きく揺すられる現象で、路面の突き上げ被害との関連が予想されている¹⁾。

液状化地盤のように、純粋な固体でも流体でもない中間的な性質をもつ媒質の揺動現象の特徴を数値解析によって調べるためには、媒質が固体であるか流体であるかによらず共通した支配方程式に基づく数値解析手法が必要である。そこで、本研究では、固体と流体との双方で適用できる揺動現象を解析するための有限要素法を開発した。

2. Wilson and Khalvati²⁾の拡張

Wilson and Khalvati²⁾は Lagrange 座標系に基づいて定式化した流体用の有限要素法を開発し、流体のスロッピング問題に適用した。固体の動的な応答解析は Lagrange 座標系で通常定式化されるため、Wilson and Khalvati の手法を固体に拡張する方法を考案した。具体的には、ポアソン比 0.5 の場合に流体時の解析手法に対応することとし、ポアソン比を変化させて固体へと拡張できるような以下の応力—ひずみ関係を導入した。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_z \\ \tau_{xz} \\ M \end{Bmatrix} = \frac{3K}{(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xz} \\ \varepsilon_\theta \end{Bmatrix}$$

ここに、 K は体積弾性係数、 ν はポアソン比である。Wilson and Khalvati はアワーグラスモードの発現を抑えるために体積弾性係数の 100 倍程度の回転剛性 C を導入していて、上式の C_1 はこの回転剛性に対して $3KC_1/(1+\nu) = C$ を満たすように設定する。

3. 数値解析例

剛な容器内に収められた媒質の揺動現象について数値解析を行う。図 1 は対象とする解析モデルである。剛な容器との摩擦を無視して、AB、および CD は水平方向の変形のみを拘束し、BC は鉛直方向の変形のみを拘束する。図 2 に示すような正弦波によって水平加振して自由表面の動的な応答を求めた。なお、流体時に 1 次のスロッピングモードとなる周波数の 1/2 の周波数で加振している。また、数値解析手法の妥当性を検討することがここでの目的であるので、媒質の応力—ひずみ関係は線形であるとした。

ポアソン比を 0.20-0.50 の範囲において 0.05 刻みで変化させた場合について、自由表面端部の鉛直変位の最大値を図 3 の左図に緑線 (Wilson) で示す。なお、比較のため流体のスロッピング現象における Housner³⁾の解、および通常の固体の有限要素法による結果を併せて示している。ポアソン比 0.50 の流体時には Housner の解とよい一致を示しており、スロッピング現象をよく表現できていることがわかる。一方、ポアソン比が 0.2-0.45 の範囲では固体の結果と比べ

キーワード 有限要素法, 液状化, スロッピング, ポアソン比, Lagrange 座標系

Ryohei AKIYAMA, akiyama@catfish.dpri.kyoto-u.ac.jp

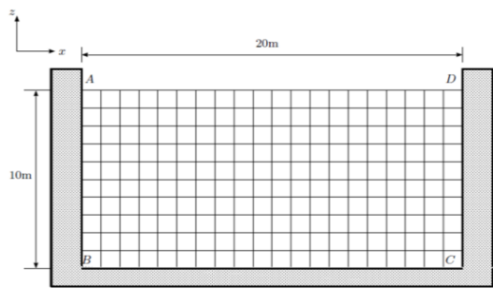


図1 解析モデル

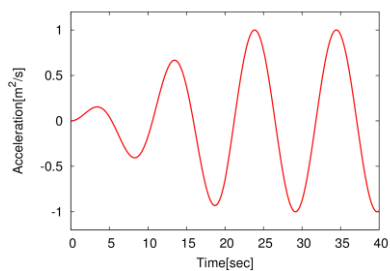


図2 入力加速度の時刻歴

表1 解析パラメータ	
体積弾性係数 [GPa]	2.0
密度[kg/m ³]	2000
要素幅[m]	1.0
時間刻み幅[sec]	0.02

て小さな結果を与えている．これは，Wilson and Khalvati の与えた回転剛性の値が過大であるためと考えられ，回転剛性を体積弾性係数の 0.1 倍にまで低減させると，図3の赤線（0.1K）で示すように流体時も固体時も双方で既存の結果と整合する結果が得られた．本来，回転剛性はアワーグラスモードの発現を抑えるために，低周波数側に存在するアワーグラスモードに対応する固有振動数を，剛性を与えることによって高周波数側へ移項させるために導入されている．このため，対象となる周波数よりも高周波数となるように制御すれば，回転剛性を過大に与える必要はないと考えられる．そこで，本研究では回転剛性を体積弾性係数の 0.1 倍とする方法を採用する．

ポアソン比が 0.5 に非常に近い値を持つような場合について，鉛直変位の最大値を図3の右図に示す．ポアソン比の変化に伴って大きく鉛直変位が変化する様子を見ることができる．このポアソン比の範囲は固体と流体との遷移領域にあると考えられ，例えばポアソン比 0.49995 の場合の鉛直変位は流体時（ポアソン比 0.5）のおよそ 0.1 倍であり，固体と考えられるポアソン比 0.45 の場合のおよそ 1000 倍の鉛直変位を示している．

続いて，ポアソン比が 0.40, 0.45, 0.50 の場合における自由表面形状を図4に示す．形状を比較するため，縦軸はその最大値で正規化した．ポアソン比が 0.50 に近づくにつれて形状が曲線形から直線形に変化する様子が認められた．ポアソン比 0.40-0.45 の範囲で形状の変化が見られないことから，この現象は固体時と流体時における揺動現象の違いを表す1つの例であると考えられる．

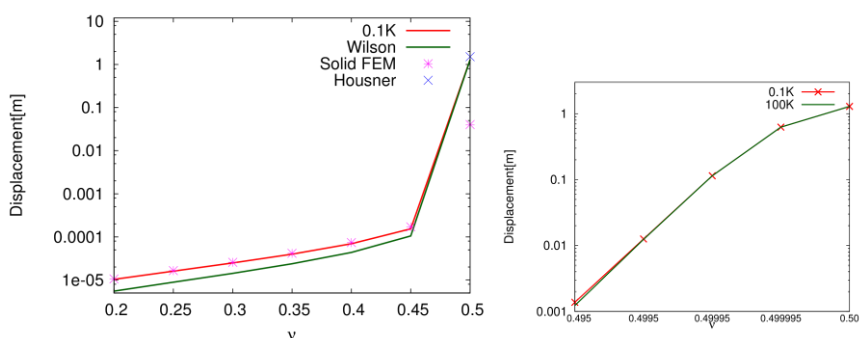


図3 ポアソン比の違いによる鉛直変位の変化
(左：ポアソン比 0.2-0.5 の結果，右：ポアソン比 0.495-0.5 の結果)

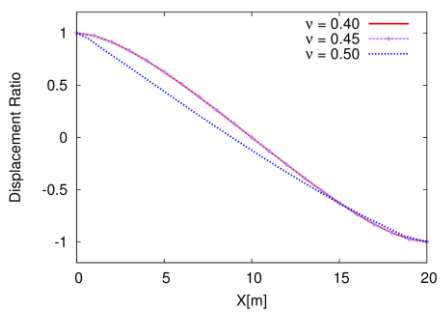


図4 最大鉛直変形時の自由表面形状の比較

参考文献

¹⁾ 安田進・萩谷俊吾：東京湾岸の液状化エリアで発生した平面道路の突き上げ被害，第9回地盤工学会関東支部発表会，2012.

²⁾ Wilson, E. L., and Khalvati, M.: Finite Elements for the Dynamic Analysis of Fluid-Solid Systems, *Int. J. Numer. Mech. Engng.*, Vol.19, pp.1657-1668, 1983.

³⁾ Housner, G. W.: The Dynamic Behavior of Water Tanks, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.53, No.2, pp.381-387, 1963.