

面外曲げ抵抗を考慮した膜構造の大変形解析

佐賀大学 学生会員 田原慎太郎, 三吉隆博
正会員 井嶋克志, 帯屋洋之, 川崎徳明

1. まえがき

膜構造物は導入張力の大きさによってその状態が大きく変わるため、架設あるいは展開時に想定外の現象が起こる場合がある。したがって、膜構造物の大変形現象を容易に解析可能とする必要があるものの、バイリニア剛性を用いた定ひずみ要素あるいは1節点6自由度シェル要素などによる有限変位解析では、必然となる多重分岐現象の発生により非常に困難な解析となる。著者らは、曲げ剛性が小さい膜材の特性に基づき、非抗圧モデルを用いた膜構造物の大変形解析手法¹⁾を開発した。この手法は常に解の唯一性が保証されるため安定に平衡形状を求めることができるものの、曲げ抵抗を完全にゼロとしたため実際の膜変形現象と異なる結果を導くこともある。本研究は、節点が回転自由度を持つことなく膜材の曲げ変形を考慮できる大変形解析手法を示したもので、曲げ剛性を面外変形のみ限定して使用すれば実現象により近い結果を得るとともに、曲げ剛性を考慮しない場合より安定な解析となることを示している。

2. 膜要素の線材置換による面内非抗圧モデル

本解析法では、膜要素の面内変形における力学的特性として線材置換した非抗圧モデル¹⁾を用いる。すなわち、図-1に示す弾性時三角形定ひずみ要素微小変形時の要素端力を表す剛性方程式と等しくする図-2の骨組構造に置換したモデルを使用する。骨組を構成する線材に主としてケーブル材を用いれば、要素3頂点が1点に収斂するまで要素端力が引張力を維持するモデルに置換できる。

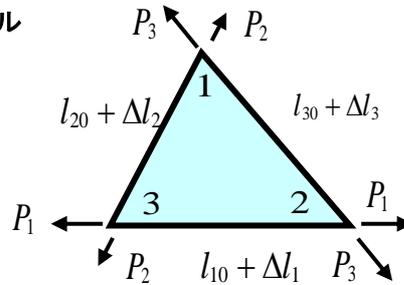


図-1 三角形定ひずみ要素

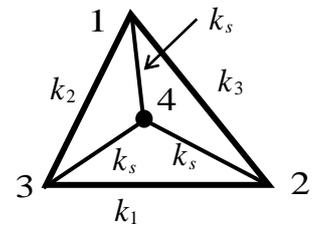


図-2 線材置換モデル

このモデルを用いれば膜構造全体が非抗圧となり、如何なる大変形時にも解の唯一性が保持されるため常に安定な解析が可能となる。しかし、このモデルの欠点は、要素の面積が殆どゼロとなる線や点の状態も取り得るため膜の実現象と異なる変形状態を示すケースが現れることがある。

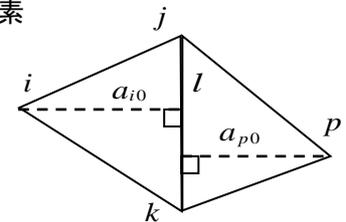


図-3 辺 l に隣接する 2 要素

3. 膜材の面外曲げ抵抗モデル

次のように1辺に隣接する2要素の面外曲げ変形を考えることによって、節点に回転自由度を導入することなく膜材の曲げ抵抗を考慮できる。

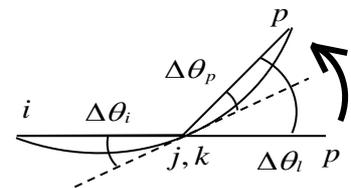


図-4 2要素の曲げ変形

図-3に示す2要素の4頂点節点座標値より、図-4が示す2要素の曲げ変形による交角 $\Delta\theta_i$ は幾何学的厳密性を持って求めることができ、この交角 $\Delta\theta_i$ は2要素の面外曲げ変形における辺位置でのたわみ角 $\Delta\theta_i, \Delta\theta_p$ の和である。この辺位置の曲げモーメント M_i を2要素仮想切断後の端モーメントとすれば、この端モーメントによる要

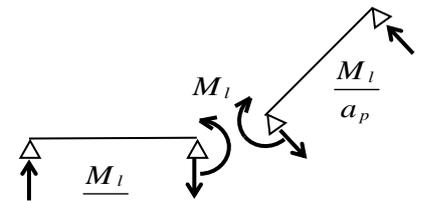


図-5 端モーメントと要素端力

キーワード：膜構造，幾何学的非線形，張力場理論，膜材曲げ抵抗

〒840-8502 佐賀市本庄1 佐賀大学大学院工学系研究科都市工学専攻 TEL0952-28-8579

素の曲率は、微小変形のもとに要素形状が三角形であることから垂線方向に渡って一定であり $M_l / (EI_l)$ となる。ここに、 EI_l は辺における曲げ剛性である。これより、端モーメント M_l と要素の曲げ変形による交角 $\Delta\theta_l$ の関係である部材力式は $M_l = 2EI_l\Delta\theta_l / (a_{i0} + a_{p0})$ となる。

また、図-5 のように要素頂点がヒンジ支持とすれば端モーメントによる支点反力が面外要素端力となり、これら要素頂点が接続する節点において節点外力と要素端力が釣り合う形状を求める解析が可能となる。これにより節点に回転自由度を導入することなく膜要素の曲げ抵抗を考慮できる。さらに、端モーメントによる面外要素端力の節点変位の面内方向成分に対する幾何剛性により、非抗圧モデルのみより計算が安定するとともにその精度も向上する。

4. 数値計算例と考察

膜材を曲げ抵抗を有しない非抗圧モデルを用いる方法は平衡解が常に唯一であり多くの実膜構造の大変形現象に適用できる。しかし、重力場にある三角形非抗圧要素はその3頂点が1点に収斂あるいは線状に変形することが可能となるため、時として実現象に即しない結果を与える場合がある。

例えば、テーブルに一種の膜材とも言えるテーブルクロスを掛けたときのテーブルクロス形状を、曲げ抵抗を無視した非抗圧要素によって計算した場合と、本論に示す2要素が接する辺に作用する端モーメントを考慮した非抗圧要素により計算した結果を図-6 から図-9 に比較して示す。

1m x 3m のテーブルに 2m x 4m のテーブルクロスを掛けた場合、対称性から図-6 に示すようにその4分割の1つを計算すればよい。使用した膜材は塩ビコーティング・ポリエステル基布相当であり、ヤング率 $E = 882\text{MN/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.4$ 、単位体積重量 9800N/m^3 、膜厚 1mm としている。また、テーブル上の膜節点滑りを考慮せず固定と仮定する。

曲げ抵抗無視の非抗圧モデルによる重力場のテーブルクロスの平衡形状は図-7 となった。図-6 の正方形 EFHI は平衡解において線状となる。

一方、同じ非抗圧モデルに曲げ抵抗を付加すれば図-8 の結果となり、非抗圧モデルであっても要素は線状になることなく平衡形状を得ることができる。図-7 と図-8 は共に全節点が許容不平衡力 10^{-4}N を満足し、この平衡解に至る反復計算回数は曲げ抵抗を考慮した方が減少する。以上の点から、本来、面内圧縮抵抗は非常に小さい膜構造においては、その計算量と計算安定性から曲げ抵抗を考慮した非抗圧モデルを用いる方法が合理的と言える。

参考文献: 1)井嶋克志、帯屋洋之、川崎徳明：線材置換を用いた張力場理論による膜構造の有限変位応答に関する考察、構造工学論文集, Vol57A, pp.41-52, 2011.3.

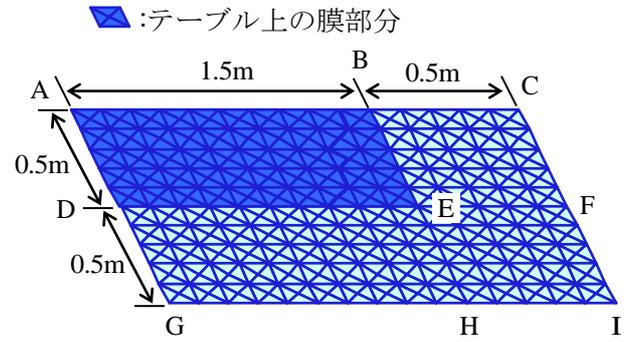


図-6 テーブル上の膜初期平面仮定形状

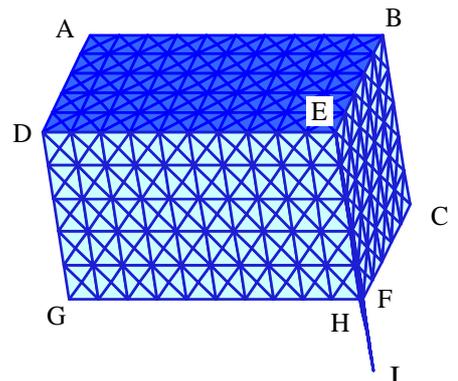


図-7 曲げ抵抗無視の非抗圧モデルによる計算結果

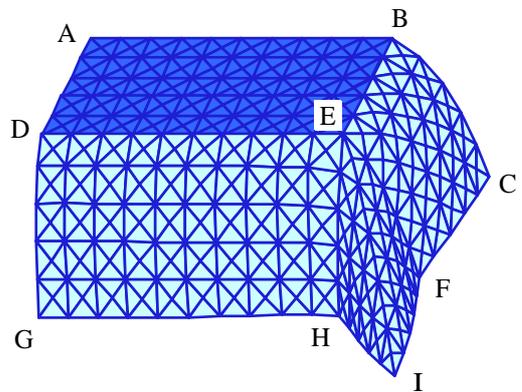


図-8 曲げ抵抗を考慮した非抗圧モデルによる計算結果