

調和解析法と選点法からなる併用法の多層版解析への適用

三井住友建設	フェロー会員	○三上 浩
大成ロテック		高島 輝雄
井 沢 設 計	正会員	廣瀬 清泰
大阪工業大学名誉教授	正会員	堀川都志雄

1. はしがき

多層版問題を対象とした級数による数値解析には、主として①級数の各項ごとに、上層版下面での変位と下層版上面での変位を連続させる条件式を立てる調和解析法と、②接合界面に作用する伝達力を矩形パルス状の分割ブロックに置換し、各ブロックの代表点で離散的に変位を接合する選点法が挙げられる¹⁾。方法①は接合面全域に渡って連続条件を満足することにより厳密解が得られる。また方法②はブロックの分割数に依存した近似解が求められる。ある接合面内で部分的な剥離現象等の不連続性を呈する問題の場合、方法②はその威力を発揮する。しかし全ての界面で分割ブロックを設定する方法②から得られた数値結果は精度上粗くなる恐れがあるとともに、膨大な演算時間を要することが判っている。

本研究では接合面での変位の不連続性の存在が予測できるとき、この接合面で選点法を用い、かつ他の界面に調和解析法を採用することにより、計算精度の向上と演算時間の短縮化を図る併用法を提案する。

2. 併用法の概要

各層の x , y および z 座標の原点をそれぞれ、層の端辺と中央線上、および中央面に置く。

各層の変位は Galerkin-vector f_3 と Boussinesq 関数 θ_3 から誘導される。

$$\Delta \Delta f_3 = 0, \quad \Delta \theta_3 = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} 2\mu u &= -\partial_x \partial_z f_3 + \partial_y \theta_3, \quad 2\mu v = -\partial_y \partial_z f_3 - \partial_x \theta_3, \\ 2\mu w &= \mu / (\lambda + \mu) [\partial_z^2 + (\lambda + 2\mu)(\partial_x^2 + \partial_y^2) / \mu] f_3 \end{aligned} \quad (2)$$

変位関数の級数展開を次のように表現する。

$$\begin{aligned} f_3 &= \sum \sum [C_1 \operatorname{ch} \gamma z + C_2 \operatorname{sh} \gamma z + C_3 \gamma \operatorname{zch} \gamma z + C_4 \gamma \operatorname{zsh} \gamma z] \sin \alpha_m x \sin \beta_n y, \\ \theta_3 &= \sum \sum [C_5 \operatorname{ch} \gamma z + C_6 \operatorname{sh} \gamma z] \cos \alpha_m x \cos \beta_n y \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $\alpha_m = m\pi/a$ ($m=1,2,3,\dots$), a : x 方向のスパン,

$\beta_n = n\pi/b$ ($n=1,2,3,\dots$), b : y 方向のスパン,

$\gamma^2 = \alpha_m^2 + \beta_n^2$, $\operatorname{ch} \gamma z = \cosh \gamma z$, $\operatorname{sh} \gamma z = \sinh \gamma z$,

$C_1 \sim C_6$: 各層の上下面の境界条件から決定される積分定数

式(2)から求められた接合界面での変位の連続条件式を満足するように組み上げ、方法①では伝達力に関する連立方程式を解くことにより、各層の変位・応力が求められる。次に、第 i 層と $(i-1)$ 層の界面 $(i-1)$ が不連続性を有する n 層の多層版において、第 1 層から $(i-1)$ 層までの領域 Γ_u , および i 層から n 層の領域 Γ_1 には調和解析法を施し、界面 $(i-1)$ で両領域を選点法により離散的に結合させる手法を併用法と名付ける。この手法は有限要素法のサブストラクチャー法と同様の考え方である。

キーワード 調和解析法, 選点法, 併用法, 多層版解析, 剥離

連絡先 〒104-0031 東京都中央区京橋 3-13-1 有楽ビル 大成ロテック株式会社営業本部 営業部

TEL03-3561-7831 FAX03-3564-4678

3. 数値計算例

併用法の妥当性を吟味するために、等分布満載荷重 q を受ける不連続性のない多層版を例に取上げる。多層版の諸元は次の通りである。

スパン比 $b/a = 1.0$ ，版厚比 $h/a = 0.1$ ，ポアソン比 $\nu = 0.3$ ，弾性係数を E とする。

また各層の厚さは全版厚 h を同じとする 5 層割とし、併用法で採用する選点ブロックを上から 2 番目の界面に設ける。

表-1 に示す項目に着目し、不連続性のない場合での版中央点の計算結果を表-1 にまとめる。

表-1 調和法、選点法および併用法の比較 ($x/a = y/b = 0.5$)

	調和解析法	選点法		併用法	
		5 分割	10 分割	5 分割	10 分割
$w^u (E/qa)$	46.00	46.08	46.01	46.02	46.01
$w^l (E/qa)$	45.96	46.03	45.97	45.98	45.96
$\sigma x^u/q$	-29.00	-28.63	-28.93	-28.81	-28.99
$\sigma x^l/q$	28.86	28.48	28.80	28.79	28.86

* 上添字 u と l は上面と下面を表す

次に上記接合面の一部に不連続性(版中央の領域: $0.2a \times 0.2a$)を有し、部分荷重 q (面積: $0.1a \times 0.1a$) が版中央に作用する場合の中央点での比較を表-2 にまとめる。

なお、計算では領域の水平面内での付着応力のみを開放する不連続性としている。

表-2 選点法と併用法の比較 ($x/a = y/b = 0.5$)

	選点法			併用法		
	5 分割	10 分割	20 分割	5 分割	10 分割	20 分割
$w^u (E/qa)$	2.000	1.467	1.426	1.494	1.414	1.407
$w^l (E/qa)$	1.397	1.406	1.373	1.344	1.360	1.357
$\sigma x^u/q$	-6.787	-2.624	-2.411	-3.410	-2.487	-2.415
$\sigma x^l/q$	1.484	2.124	2.083	1.670	2.045	2.044

4. あとがき

剥離等の不連続性のある界面をもつ多層版の解析では、本併用法は演算時間や計算精度上からも従来の選点法に比べて、優れた方法であると判断される。

参考文献

- 1) 三上浩，高島輝雄，廣瀬清泰，堀川都志雄：二方向アラミド繊維シート補強床版の界面剥離に関する数値解析，土木学会構造工学論文集，Vol.59A，pp.1065-1074，2013.3.