

混合ハイブリッド有限要素法と不連続ガラーキン法を用いた密度依存流解析

大成建設 正会員 ○八木 啓介 鈴木 俊一
テクノアルファ 正会員 久保 紳

1. 目的

高レベル放射性廃棄物処分施設の建設には、調査段階において地下深部に処分した放射性廃棄物に含まれる核種が生物圏に与える影響について様々な状況を想定した「評価シナリオ」から安全性について評価が行われる。「評価シナリオ」の一つである「地下水シナリオ」は、地下水流動によって処分施設から漏洩した核種が生物圏に与える影響について検討するものであり、これには地下水流動解析や核種移行解析による数値シミュレーションが用いられる。また、沿岸域サイトを対象とした地下水シナリオでは、淡水と塩水の混合域を含む地下水流動場をより正確に把握するために、地形勾配や地質構造の他に塩水と淡水の密度差に起因する地下水駆動力を考慮した密度依存流解析が実施される。なお、密度依存流解析は地下水流動と移流分散による物質移行の非線形連成問題となるため、解の収束性や数値分散の影響に起因した数値誤差が生じることが既往の多くの研究例で指摘されている。これより、精度の高い定量的な安全評価を行うためには、密度依存流解析において頑健な解を算出することのできる解析手法を用いる必要がある。

そこで、本研究では Ackerer ら¹⁾及び Oltean²⁾らが提唱する、混合ハイブリッド有限要素法³⁾と不連続ガラーキン法⁴⁾を組み合わせた解析手法を踏襲した解析コードを開発し、密度依存流問題のベンチマークモデルである Elder 問題を用いて開発した解析コードの精度について検証を行ったので報告する。

2. 解析手法

Ackerer ら及び Oltean らが提唱する解析手法は、地下水流動に混合ハイブリッド有限要素法を用いる。また、移流分散による物質移行には演算子分離法を適用し、移流項に不連続ガラーキン法、拡散項に混合ハイブリッド有限要素法を用いる。この解析手法の最大の特徴は、移流項に不連続ガラーキン法を適用することで、空間の離散化に伴う数値分散を大幅に低減することにより、高精度の解を算出可能とする点である。支配方程式および用いた離散化手法を表 1 に示す。

表 1 支配方程式および用いた離散化手法

支配方程式		適用した離散化手法
【地下水流動（質量保存の式）】 $\rho S \frac{\partial P}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial C_m} \frac{\partial C_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon \rho \mathbf{V}) = \rho Q_s$ (実流速, ダルシー流速) $\mathbf{V} = \mathbf{q} / \varepsilon$ $\mathbf{q} = -\frac{1}{\mu} \mathbf{k} \cdot (\nabla P + \rho g \nabla z)$	ρ : 流体の密度[ML ⁻³] Q_s : 単位体積当たりの注水/排水項[T ⁻¹] C_m : 溶質質量分率[-] S : 比貯留係数[LTM ⁻¹] ε : 間隙率[-] P : 圧力[MLT ⁻²] $\mathbf{V}$: 実流速[LT ⁻¹] $\mathbf{q}$: ダルシー流速[LT ⁻¹] μ : 粘性係数[ML ⁻¹ T ⁻¹] $\mathbf{k}$: 固有透過係数[L ²]	混合ハイブリッド有限要素法 ³⁾
【物質移行（移流分散方程式）】 $\varepsilon \rho \frac{\partial C_m}{\partial t} + \varepsilon \rho \mathbf{V} \cdot \nabla C_m = \nabla \cdot (\varepsilon \rho \mathbf{D} \cdot \nabla C_m)$ (拡散係数テンソル) $\mathbf{D} = D_m \mathbf{I} + (\alpha_L - \alpha_T) \frac{\mathbf{V} \mathbf{V}}{ \mathbf{V} } + \alpha_T \mathbf{V} \mathbf{I}$	ρ : 流体の密度[ML ⁻³] C_m : 溶質質量分率[-] ε : 間隙率[-] $\mathbf{V}$: 実流速[LT ⁻¹] $\mathbf{D}$: 拡散係数テンソル[L ² T ⁻¹] D_m : 分子拡散係数[L ² T ⁻¹] α_L : 縦分散長[L] α_T : 横分散長[L]	

キーワード 沿岸地域, 密度依存流, Elder 問題, 混合ハイブリッド有限要素法, 不連続ガラーキン法
連絡先 〒163-6009 東京都新宿区西新宿 6-81 大成建設(株)原子力本部 TEL:03-5381-5315

3. 検証解析

開発した解析コードの検証解析にはElder問題を用いた。Elder問題は、解析領域を水平方向600m、鉛直方向150mの矩形領域とした流体の密度差20%に起因する密度依存流問題である。物質移行の境界条件として、上方境界中央の300m区間($x=150\sim 450\text{m}$)を塩水密度 $1,200\text{kg/m}^3$ の濃度固定境界とし、下方境界を淡水境界とした。地下水流動の境界条件としては解析領域上方の両端部を圧力0の圧力固定境界とし、その他の境界は不透水境界とした。Elder問題の概念図を図1に、解析に用いた物性値を表2に示す。なお、Elder問題は数値分散に起因する数値誤差が極めて小さいとき領域中央で上昇流が発生することがDierschら⁵⁾によって示されている。本検証では、要素分割数、要素形状が解の精度に与える影響について調べるため、これらを変えた4ケースで解析を実施した。

図2に経過時刻が20年のときの濃度分布および流動方向図を示す。Case-1~Case-3は要素形状を長方形とし、要素数を640,1200,4080としたものである。これより、全てのケースにおいて領域中央で上昇流が再現されていることから要素数に係らず安定した結果が得られていることがわかる。Case-4は、要素形状をダイヤ形としたものである(要素数1207)。当該ケースでも領域中央部で上昇流が再現され、要素形状が長方形のケースと概ね同様の解を得ることを確認した。

4. まとめ

混合ハイブリッド有限要素法と不連続ガラキン法を用いた密度依存流解析コードの精度についてElder問題を用いて検証した。その結果、本解析コードは要素分割数や要素形状に係らず、解析精度の高い頑健な解が得られた。こうした特性は、実際の不均質・不規則な場を対象とした解析を行う際において、解析精度の向上に寄与すると考えられる。このことから、本手法は実務上、有効な手法であるといえる。今後は、熱対流問題等への適用も進めて行く予定である。

参考文献

- 1) PH. ACKERER : Modeling Variable Density Flow and Solute Transport in Porous Medium: 1. Numerical Model and Verification, Transport in Porous Media 35: 345-373, 1999.
- 2) C.OLTEAN and M.A.BUES : Coupled Groundwater Flow and Transport in Porous Media. A Conservative or Non-Conservative Form?, Transport in Porous Media 44: 219-246, 2001
- 3) 鈴木 俊一ほか; 局所不連続ガラキン法による放射性廃棄物処分施設を対象とした地下水流動・核種移行解析の高度化, 土木学会論文集 C, Vol. 65, No. 3, pp.703-715, 2009

- 4) 青木 広臣ほか; 混合化形式有限要素法による放射性廃棄物処分施設を対象とした地下水流動解析, 土木学会論文集 C, Vol. 67, No. 4, pp.453-463, 2011
- 5) H.-J.G.Diersch and O.Kolditz: Advances in Water Resources 25:899-944,2002

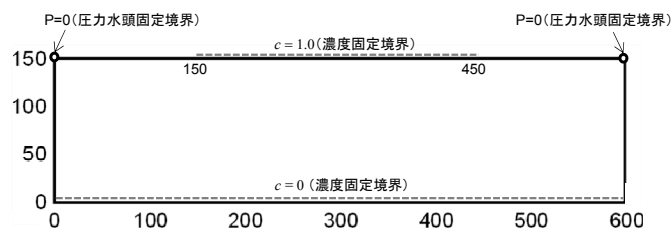
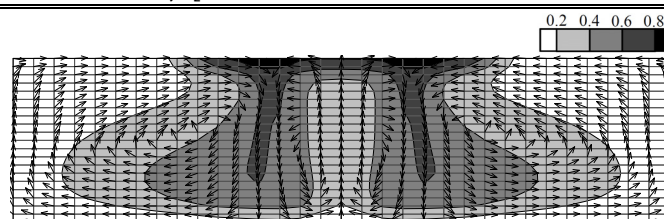


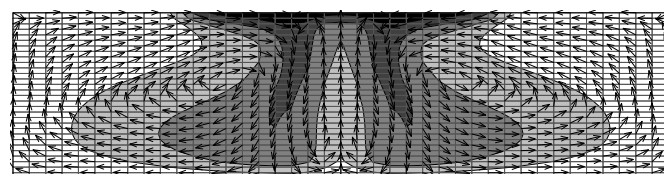
図1 Elder問題の概念図

表2 解析に用いた物性値

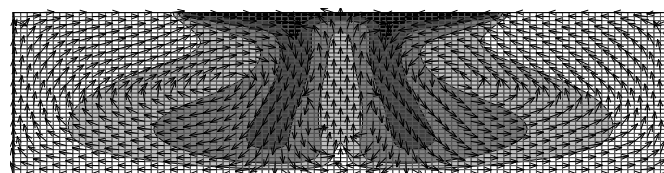
固有透過係数 $k [\text{m}^2]$	4.485×10^{-13}
空隙率 $\varepsilon [-]$	0.1
分散長 $\alpha_L, \alpha_T [\text{m}]$	0
分子拡散係数 $D_m [\text{m}^2/\text{s}]$	3.565×10^{-6}
動粘性係数 $\mu [\text{Pa} \cdot \text{s}]$	10^{-3}



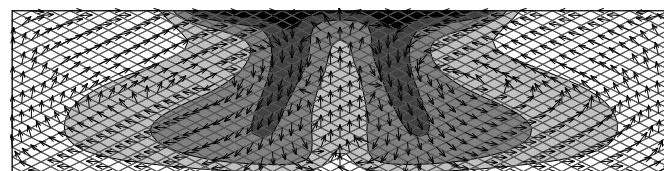
Case-1 長方形要素 要素数: 640 (縦32×横20)



Case-2 長方形要素 要素数: 1200 (縦40×横30)



Case-3 長方形要素 要素数: 4080 (縦102×横40)



Case-4 ダイヤ形要素 要素数: 1207 (縦17×横34)



Case-2(実線)とCase-4(点線)の等高線の比較

図2 解析結果