無限長遮音壁の３次元音響場解析

新潟大学大学院自然科学研究科　学生員　林 侑希
新潟大学工学部建設学科　正会員　阿部 和久
新潟大学自然科学研究科　正会員　紅露 一寛

1.　はじめに

都市域は，種々の工業・交通騒音にさらされており，騒音の低減は重要な問題となっている．当該問題の解決法の一つとして遮音壁を用いる手法があり，これまで数多くの研究がおこなわれてきた．田中ら[1)2)]は，遮音壁の形状最適化問題に対しセルオートマトンや遺伝的アルゴリズム，感度解析など様々な手法を援用して最適形状解析を行っており，最適形状が非常に複雑なものになり得ることを示した．

当研究室では，音響散乱問題における境界要素形状最適化について研究を行ってきた．文献[3)]では，当該手法に対して，トポロジー導関数の援用を試みた．その結果，微小な散乱体を配置することで，従来用いられてきた Y 型及び T 型遮音壁よりも遮音性の高い遮音壁形状を求めることが可能となった．しかし，上記研究は，2 次元音響場においての解析結果であり，3 次元音響場においての遮音性については検討されておらず，音源が走行した場合についても検討されていない．

そこで本研究では，3 次元音響場を再現し，文献[3)]で得られた遮音壁形状の効果について検討する．また，同時に音源を走行させた場合についても検討する．

2.　3 次元半無限音響場における境界要素方程式

図 1 に示す様に断面境界が Γ で与えられ、x_3 方向に一様に伸びた無限な壁を考える．また，外部領域を N 個の点音源が一定速度 V で x_3 軸方向に走行しているものとする．音圧 P を次式のように表現する．

$$P = e^{-i\omega_0 t}\tilde{p}(\bar{\mathbf{x}}, \xi)\ ,\ \ \xi = x_3 - Vt \tag{1}$$

P は次の問題の解として定義される．

$$\nabla^2 P = \frac{1}{c^2}\ddot{P} - \sum_i^N I_i \delta(\bar{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}_i)\delta(\xi - Vt_i)e^{-i\omega_0 t} \tag{2}$$

ここで，$\bar{\mathbf{x}} = (x_1, x_2)$, $(\bar{\mathbf{x}}_i, Vt_i)$ は $t = t_i$ での各音源位置，I_i は音源の強度 (複素数) である．また，c は音速である．

式 (2) に式 (1) を代入し次式を得る．

$$\begin{aligned}\nabla^2 \tilde{p} &= \frac{1}{c^2}(V^2\tilde{p}_{,\xi\xi} - \omega_0\tilde{p} + 2i\omega_0 V\tilde{p}_{,\xi}) \\ &\quad - \sum_i^N I_i\delta(\bar{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}_i)\delta(\xi - Vt_i)\end{aligned} \tag{3}$$

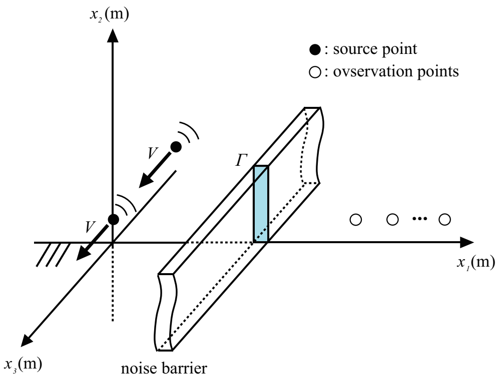

図 1　3 次元半無限場における音響散乱問題

ここで，ξ に関する Fourier 変換を行うことによって，波数 k における 2 次元半無限場の音響散乱問題に帰着させることが出来る．式 (3) の Fourier 変換より次式を得る．

$$\begin{aligned}&\bar{\nabla}^2 p + z^2 p + \sum_i^N I_i\delta(\bar{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}_i)e^{-ikVt_i} = 0 \\ &z^2 = \frac{\omega^2 + Vk}{c}^2 - k^2\end{aligned} \tag{4}$$

今，次の方程式を満たす基本解を $p^*(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}})$ と置く．

$$\nabla^2 p^* + z^2 p^* = -\delta(\bar{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{y}}) \tag{5}$$

ただし，z は実数，又は虚数である．無限場における基本解は次式で与えられる．

$$p^* = \frac{i}{4}H_0^{(1)}(zr) \tag{6}$$

ここで $H_0^{(1)}(zr)$ は 0 次の第 1 種 Hankel 関数である．なお，z が虚数 $z = i\beta$(β:実数) のとき，式 (6) は次式で与えられる．

$$p^* = \frac{i}{4}H_0^{(1)}(i\beta r) = \frac{1}{2\pi}K_0(\beta r) \tag{7}$$

ここで K_0 は 0 次の第 2 種変形 Bessel 関数である．

半無限場の基本解は鏡像の重ね合わせにより作ることができる．

$$\begin{aligned}\bar{p}^*(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}) &= \frac{i}{4}\{H_0^{(1)}(zr) + H_0^{(1)}(zr')\} \\ &\text{or} \\ &\frac{1}{2\pi}\{K_0(\beta r) + K_0(\beta r')\} \\ &= p^*(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}) + p^*(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}')\end{aligned} \tag{8}$$

Key Words: 遮音壁，境界要素法
連絡先：950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地　TEL 025 (262) 7028 FAX 025 (262) 7021

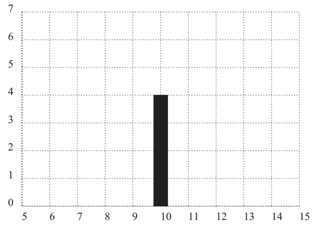

図 2 I 型遮音壁

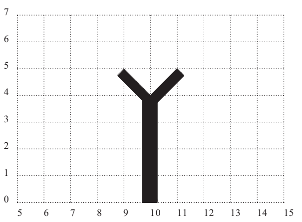

図 3 Y 型遮音壁

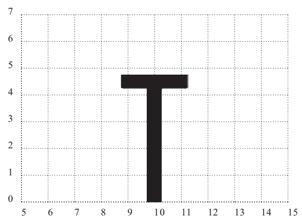

図 4 T 型遮音壁

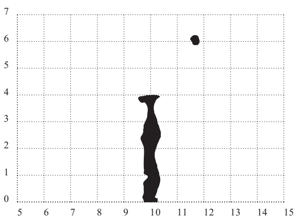

図 5 I 型遮音壁最適形状

ここで，$\bar{\mathbf{y}}' = (y_1, -y_2)$ は $\bar{\mathbf{y}}$ の鏡像点であり，$r' = |\bar{\mathbf{y}}' - \bar{\mathbf{x}}|$ である．

式 (4)，(5) より，次の境界積分方程式を得る．

$$cp(\bar{\mathbf{x}}, k) = -\int_\Gamma p\frac{\partial \bar{p}^*}{\partial n} d\Gamma + \sum_i^N I_i e^{-ikVt_i} \bar{p}^*(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}_i) \tag{9}$$

上式を離散化することにより次の境界要素方程式を得る．

$$[\mathbf{H}]\{\mathbf{P}\} = \{\mathbf{P}^*\} \tag{10}$$

ここで，$\{\mathbf{P}\}$ は音圧の節点値ベクトルであり，$\{\mathbf{P}^*\}$ は単位点音源による音圧の節点値ベクトルである．なお，外部領域問題で生じる見かけの固有値問題については Burton-Miller による手法[4)]を援用することにより回避する．したがって，上式における $\{\mathbf{H}\}$ は，通常の境界要素方程式の係数行列と超特異核を有する係数行列とを重み結合したものとして与える．本研究では半無限場での Helmholz 方程式の基本解を境界積分方程式に用いているので，要素の離散化は散乱物体表面のみで行えばよい．式 (11) を解くことによって p を得た後，下記の逆 Fourier 変換により $\tilde{p}$ を得る．

$$\tilde{p}(\bar{\mathbf{x}}, \xi) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} p(\bar{\mathbf{x}}, k) e^{ik\xi} dk \tag{11}$$

3. 解析条件

単位点音源を $\boldsymbol{x}_0$=(0,0.5,Vt_i)[m] の 1 点に設置し，周波数は 200Hz 音速は 340m/s，x_3 軸方向の音源移動速度は V=0 または 300[km/h] とした．また，観測点は音源を配置した同一平面に (50,0.5), (75,0.5), (100,0.5), (125,0.5), (150,0.5)[m] の 5 点に配置した．遮音壁の形状は I 型，Y 型，T 型及び最適形状 (初期形状 I 型 4m)(**図 2**, **図 4**, **図 3**, **図 5**) とし，音源から 10[m] の位置に配置した．また，壁面の境界は一定要素で離散化し，基本要素長は 0.0625m とした．

なお，Burton-Miller の結合係数は $\alpha = i/k$ として設定した．また，文献[3)]の最適化の際に設定したコスト関数 F を遮音性能の指標として用いる．

$$F = \sum_i^N |\tilde{p}(\bar{\mathbf{x}}_i, \xi)| \tag{12}$$

ここで，$\tilde{p}(\bar{\mathbf{x}}_i, \xi)$ は i 番観測点における音圧である．

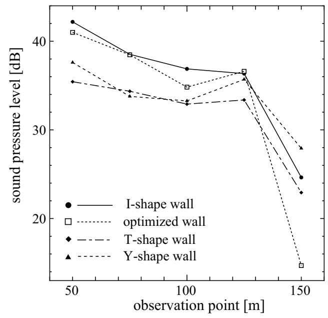

図 6-a $V = 0$[km/h]

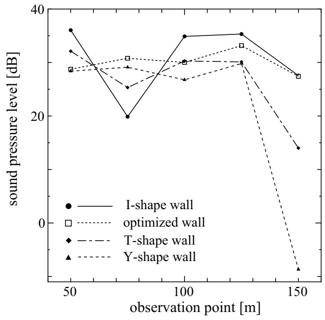

図 6-b $V = 300$[km/h]

図 6 各観測点の音圧レベル [dB]

表 1 各遮音壁形状のコスト関数値 [Pa]

	$V = 0$[km/h]	$V = 300$[km/h]
I-type	7.3129×10^{-3}	4.2227×10^{-3}
T-type	4.3250×10^{-3}	2.5725×10^{-3}
Y-type	5.1339×10^{-3}	2.1597×10^{-3}
optimized	6.4865×10^{-3}	3.2566×10^{-3}

4. 解析結果

各遮音壁形状の観測点における音圧レベルを**図 6**，目的関数値を**表 1** に示す．最適形状の各観測点の音圧レベルは，I 型と比較すると概ね音圧レベルが低くなっていることが確認できる．しかし，T 型，Y 型と比較すると局所的に音圧レベルの低い点もあるが，殆どの点で大き目の音圧レベルが得られた．また，音源を走行させた場合においても同様の結果が得られている．

コスト関数の値を見ても，走行速度の有無によらず，T 型，Y 型に比べて遮音性に劣ることが確認できる．

5. おわりに

2 次元半無限音響場の解析において求めれた遮音壁の最適形状は，3 次元半無限音響場においては 2 次元問題ほど高い遮音性を有していないことを確認した．今後，複数の音源が連行する場合など，より詳細について検討する必要がある．

参考文献

1) 田中正隆, 松本敏郎, 荒井雄理:セルオートマトン法と BEM による新しい防音壁の創成, 境界要素法論文集., **19**, 69-74, 2002.
2) 荒井雄理, 田中正隆, 松本敏郎:境界要素法と 2 段階探索による防音壁の最適設計, 境界要素法論文集., **7(2)**, 191-196, 2008.
3) Abe,K., Fujiu,T., Koro,K.:A BE-based shape optimization method enhanced by topological derivative for sound scattering problems, *Eng Analysis with Boundary Elements*., **34**, 1082-1091, 2010.
4) Burton, A.J., and Millor, G.F., :The application of integral equation methods to the solution of some exterior boundary-balue problems, *Proc. R. Soc. London Ser*., **323**, 201-210, 1971.