

レール軸力が車輪・軌道定常応答に及ぼす影響

新潟大学大学院自然科学研究科 学生員 千田 雄亮
 新潟大学工学部建設学科 正会員 阿部 和久
 新潟大学自然科学研究科 正会員 紅露 一寛

1. はじめに

レールの動特性は、列車の軌道破壊、地盤振動などに影響を及ぼす。これらの問題に対して適切な対策を講じ、列車の走行安定性を得るために、より現実的な条件のもと解析を行っていくことが必要である。

既往の研究では無限長レールに、地盤や車輪等を連成した定常解析がなされてきている¹⁾²⁾。しかし、実際のレールでは軸力が作用する場合もあり、それが少なからず軌道系の応答に影響を及ぼすと考えられる。

また、半無限地盤上で軌道が一樣支持された比較的簡易なモデルでは、一定の走行荷重下でレール軸力により臨界速度が低下する、という結果が得られている³⁾。しかし、レールはまくらぎにより離散支持された構造を有しており、その周期性が動特性に影響する可能性も考えられる。

そこで本研究では、離散支持された、より現実的な軌道モデルの下で、走行車輪による軌道系の定常応答を求め、レール軸力が及ぼす影響を調べる。

2. 定常応答解析手法

図1のような、一定間隔 L でまくらぎにより離散支持された無限長のレール上を一定速度 c で車輪が走行して行く問題を考える。なお、レールには一樣な圧縮軸力 N が作用しているものとする。また、 k_s, η_s はそれぞれ、軌道パッドのばね定数、減衰定数で、 k_b, η_b は、まくらぎ下パッドのばね定数、減衰定数である。 I はレールの断面二次モーメント、 G, K, ρ はそれぞれレールのせん断弾性係数、せん断係数、質量密度である。

なお、定常状態において、レールの上載荷重 $F^w(t)$ は周期長 L に律動するため次式を満たす。

$$F^w(t) = F^w(t - \frac{nL}{c}) \quad (1)$$

また、レールを Timoshenko ばりでモデル化すると、次のような運動方程式を得る。

$$\begin{aligned} N \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + GAK \frac{\partial}{\partial x} (\psi - \frac{\partial u}{\partial x}) + \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ + \sum_n F_0^s(t - \frac{nL}{c}) \delta_L(x) = F^w(t) \delta(x - ct), \quad (2) \\ GAK (\psi - \frac{\partial u}{\partial x}) + \rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \end{aligned}$$

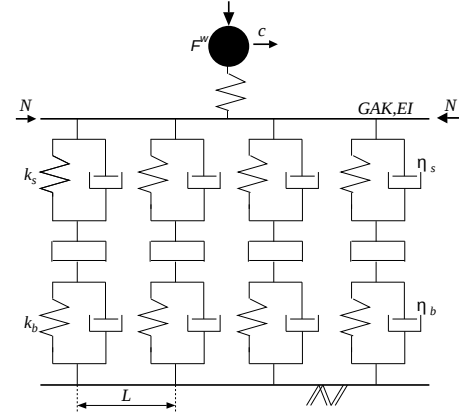


図1 移動荷重が作用する無限長レール

ここで、 u はレールのたわみ、 ψ はレールの断面回転角、 t は時刻、 $\delta_L(x)$ はレール支持点に特異点をもつ周期長 L のデルタ関数、 $\delta(x)$ は Dirac のデルタ関数であり、 F_0^s はまくらぎ反力である。

式(2)を、式(1)の条件の下、 t について Fourier 変換し、像空間で連成解を求める。車輪直下のレールのたわみ応答は次の様な式で表せる¹⁾。

$$u^b(t) = \sum_n \sum_m F_n^w A_m^n e^{i \frac{2m\pi}{L} ct} \quad (3)$$

ただし、各項は次の式により与えられる。

$$\begin{aligned} A_m^n &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} a_m^n(\omega) d\omega, \\ a_m^n &= \frac{\frac{1}{c} \delta_{nm} - \frac{\hat{F}_0^s}{L}}{X_m}, X_m(\omega) = R_m + \frac{S_m^2}{T_m}, \\ R_m(\omega) &= (GAK - N) \left(\frac{2m\pi}{L} - \frac{\omega}{c} \right)^2 - \rho A \omega^2 \quad (4) \\ S_m(\omega) &= iGAK \left(\frac{2m\pi}{L} - \frac{\omega}{c} \right) \\ T_m(\omega) &= GAK + EI \left(\frac{2n\pi}{L} - \frac{\omega}{c} \right)^2 - \rho I \omega^2 \end{aligned}$$

F_n は未知の係数となるが、車輪との連成を考えることで決定することができる。

また、まくらぎ反力 $\hat{F}_0^s$ は次式のように求めることができる。

$$\hat{F}_0^s = \frac{k_G(k_s + i\omega\eta_s)(k_b + i\omega\eta_b - m_s\omega^2)}{k_G(k_b + i\omega\eta_b - m_s\omega^2) + m_s\omega^2(k_s + i\omega\eta_s)(k_b + i\omega\eta_b + k_G)} u_n \quad (5)$$

ただし、 m_s はまくらぎ質量である。

Key Words: レール, 軸力, 振動

連絡先: 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地 TEL 025 (262) 7028 FAX 025 (262) 7021

また, k_G は地盤インピーダンスであり, 3次元半無限地盤と軌道系を連成することで次式のように与えられる²⁾。

$$k_G = \frac{\hat{F}_0^s}{\hat{u}_G} \quad (6)$$

ただし $\hat{u}_G$ は地盤変位である。

3. 解析例

レールは 60kg レールを対象とし, 地盤は軟弱地盤を想定し, せん断波速度を 100m/s とした。この場合, 地盤の Rayleigh 波伝播速度は 92.7m/s となり, 高速列車の走行速度に匹敵する値となる。また, 軌道パッドのばね定数は 110MN/m, まくらぎ下パッドのばね定数は 60MN/m とし, まくらぎ間隔は 0.6m, まくらぎ重量は 100kg とした。

(1) レール軸力が臨界速度へ及ぼす影響

まくらぎ間中央のレールたわみが最大値を与える速度を臨界速度として求めた。N=0,100,300,500MN におけるレールたわみを図 2 に, また, レール軸力と臨界速度との関係を図 3 に示した。図 2 より, レール軸力の増加とともに, 臨界速度が低下する傾向が確認できる。また, 図 3 より, レール軸力が 2MN 程度までは臨界速度にほとんど変化は見られないが, それ以降は大きな低下が認められている。さらに, レール軸力が 9MN を超えたところで臨界速度が 0m/s となり, 静的座屈に至っている。ただし, 実際の軌道は 1MN 程度で横方向に座屈するので, 現実には軸力の臨界速度に及ぼす影響は問題とならないことがわかる。

(2) 軌道パッドとまくらぎ下パッドの剛性が臨界速度に及ぼす影響

各解析条件と解析結果を図 4 に示す。レール軸力は 5MN としている。また, まくらぎ下パッドの剛性が 5MN/m の場合の臨界速度と走行速度との関係を図 3 に黒点で示す。図 4 より, 軌道パッドの剛性は臨界速度に影響しないことがわかる。一方, まくらぎ下パッドの剛性低減により, 臨界速度に比較顕著な低下が認められた。また, 図 3 より, パッドの低ばね定数化により臨界速度が低下することがわかる。既往の研究²⁾において, パッド剛性は臨界速度に影響を及ぼさないことが示されているが, 軸力作用下ではその影響が比較的明瞭に現れることがわかる。

なお, まくらぎ下パッドの剛性を低減することで臨界速度が低下するのは, まくらぎ下パッドが地盤の等価剛性に近い値まで低下し, パッド・地盤連成系の等価剛性が低くなるため, レール支持力が減少したことによるものと考えられる。

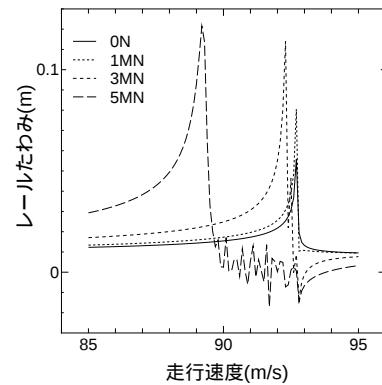


図 2 走行速度とレール変位の関係

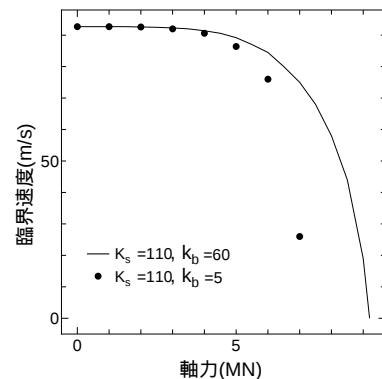


図 3 レール軸力が臨界速度に及ぼす影響

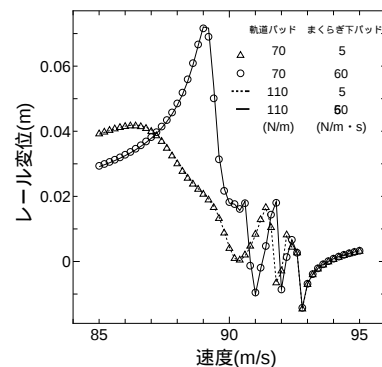


図 4 走行速度とレール変位の関係

4. おわりに

軸力を受けるレールを対象に, 走行車輪・軌道・三次元地盤定常連成解析を実施した。その結果, 軸力が離散支持レールの臨界速度に影響を及ぼすという結果を得た。ただし, 実際のレールに作用する軸力は 0N ~ 1MN 程度であるため, 現実の軌道に発生する軸力下では臨界速度に顕著な変化は生じないものと思われる。

参考文献

- 1) 佐成屋淳, 阿部和久, 紅露一寛: 走行車輪と軌道系の定常応答解析, 計算数理工学論文集, Vol.9, 61-66, 2009.12.
- 2) 高野祐紀, 阿部和久, 紅露一寛: 3次元地盤・走行車輪・軌道連成系の定常振動応答解析, J-RAIL2011, 219-222, 2011.12.
- 3) Labra, J.J.: An axially stressed railroad track on an elastic continuum subjected to a moving load, Acta, Mech., 22, 113-129, 1975.