

AMR法を用いたCIP法による3次元音場解析

中央大学大学院 学生員 ○ 守屋 陽平
清水建設(株) 谷川 将規
中央大学 正会員 榎山 和男

1. はじめに

近年、コンピュータのハードウェアの進歩により波動音響理論¹⁾に基づく高精度な音場解析手法が提案されている。しかし、一般的に波動音響解析は領域型の解法では微細なメッシュを必要とするため、広域の計算には不向きである。

そこで、本論文では広域の波動音響解析を高精度かつ合理的に行うため、計算メッシュの粗密付けが可能なAMR(Adaptive Mesh Refinement:解適合格子)法に着目し、音場解析手法には高精度解法として近年注目されているCIP法²⁾を用いる。本手法の妥当性の検証を、3次元波動伝播問題のベンチマーク問題を用いて行う。

2. 解析アルゴリズム

(1) AMR法

本解析手法は、NASAのオープンソースでAMR法のサブルーチンパッケージであるPARAMESH³⁾をベースとしており、図-1に示すようにPARAMESH本体が担う部分と、ユーザが実装する部分により構成される。PARAMESHの機能としては、MPIに基づく並列計算の処理、AMRに関する格子の分割・結合及び格子間のデータの授受等があり、そこにCIP法による音場計算、初期条件、境界条件等を組み合わせることによりシステムの構築を行っている。

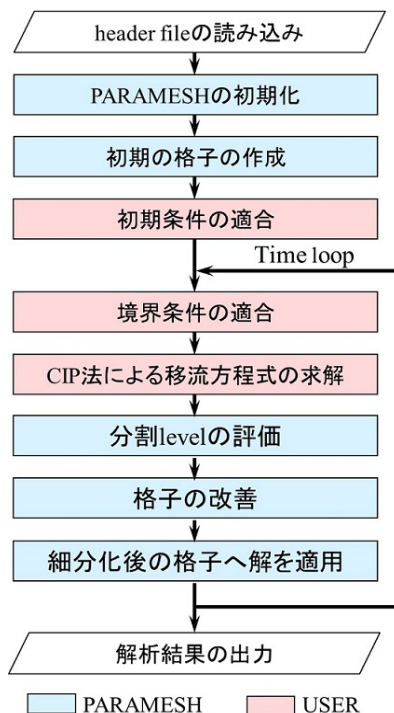


図-1 フローチャート

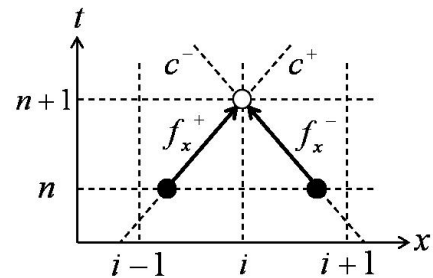


図-2 特性曲線

(2) CIP法

a) 支配方程式と特性曲線法

空気中の波動伝播は運動方程式 (1), と連続式 (2) で表され、1次元の場合は以下になる⁴⁾。

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

ここで、 p は音圧 [Pa], u は粒子速度 [m/s], ρ は空気の密度 [kg/m³] である。式 (1) に音速 c [m/s] を掛け、式 (2) との和と差を作ると

$$\frac{\partial}{\partial t} f_x^+ + c \frac{\partial}{\partial x} f_x^+ = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} f_x^- - c \frac{\partial}{\partial x} f_x^- = 0 \quad (4)$$

のようになり、ここで $f_x^+ = \rho c u + p$, $f_x^- = \rho c u - p$ とする⁵⁾。式 (3) は f_x^+ が正方向に、式 (4) は f_x^- が負方向にそれぞれ速さ c で伝播する移流方程式であり、図-2のように、 f_x^+ , f_x^- を特性曲線に沿って移流させることにより次ステップの値を算出する。

b) CIP補間

CIP法は特性曲線に沿って物理量を移流させる移流方程式の高精度の解法であり、移流させる物理量を求める際には微分値も用いたCIP補間と呼ばれる補間を行う。勾配も移流させるために数値分散が起こりにくく、厳密解のプロファイルを比較的よく維持することができる。式 (3), (4) の両辺を x で微分した式 (5), (6) も移流方程式を満たす⁴⁾。

$$\frac{\partial}{\partial t} \partial_x f_x^+ + c \frac{\partial}{\partial x} \partial_x f_x^+ = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \partial_x f_x^- - c \frac{\partial}{\partial x} \partial_x f_x^- = 0 \quad (6)$$

ここで $\partial_x = \frac{\partial}{\partial x}$ とする。また、3次多項式の未知数決定には格子点における f_x^+ , f_x^- に加え $\partial_x f_x^+$, $\partial_x f_x^-$ を用いる。

KeyWords: AMR法, CIP法, 音響

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: moriya@civil.chuo-u.ac.jp

c) 多次元への応用

多次元問題は1次元 CIP 法をそれぞれの座標軸方向に拡張する。3次元の場合は式(3),(4)に加え, y 方向の移流方程式と z 方向の移流方程式を同様に解くことにより3次元計算を行うことが可能である⁴⁾。

3. 3次元伝播問題

本手法の妥当性の検証を行うため,3次元波動伝播問題のベンチマーク問題を取り上げる。

(1) 解析条件

解析領域は図-3に示すものであり,空間離散化幅は0.0586m,時間離散化幅は0.1723ms(CFL=1.0)とする。初期の音圧分布は式(7)の Gauss 分布とし, r は波源点からの距離を表し, d は音源の幅を与える定数であり0.37mとする。

$$p(r) = \exp \left\{ - \left(\frac{r}{d} \right)^2 \right\} \quad (7)$$

また媒質を空気とし,媒質密度 ρ は 1.205 kg/m^3 ,音速 c は 340.0 m/s ,境界条件は立方体の全ての面を自由境界条件とし,計算を行う。

(2) 解析結果

図-4に, $t=0.86 \text{ ms}$, 13.78 ms , 25.85 ms 時における音圧分布とメッシュの可視化結果を示す。それぞれ, $t=0.86 \text{ ms}$ 時には音源を中心としてメッシュが細くなっている様子を, $t=13.85 \text{ ms}$ 時には3次元空間に伝播する音波の波面に沿ってメッシュが細くなっている様子を, $t=25.85 \text{ ms}$ 時には自由境界に到達した音波が透過していく様子を確認することができる。

4. おわりに

本研究では,AMR法を用いたCIP法による広域の音場解析手法の構築を目的とし,数値解析例として3次元伝播問題を取り上げ,以下の結論を得た。

- 本手法の3次元領域への拡張を行った。
- 3次元伝播問題において,波面に沿ってメッシュが細くなっている様子が確認することができた。

今後の課題として,複雑な境界形状への適応,移動音源の適用などが挙げられる。

参考文献

- 1) 坂本慎一: ホール内音響伝搬のシミュレーション(小特集-音響分野で活用される時間領域有限差分(FDTD)法), 日本音響学会誌 67(7), 284-289, 2011
- 2) PARAMESH ホームページ: http://www.physics.drexel.edu/~olson/paramesh-doc/Users_manual/amr.html
- 3) 矢部孝, 内海隆行, 尾形陽一: CIP法—原子から宇宙までを解くマルチスケール解法—, 森北出版, 2007.
- 4) 太刀岡勇気, 安田洋介, 佐久間哲哉: CIP法による時間領域音場解析—FDTD法との比較—, 日本音響学会建築音響研究会講演論文集(秋), pp. 979-982, 2007. 9.
- 5) 日本音響学会(編): 音環境の数値シミュレーション—波動音響解析の技法と応用—, 丸善, 2011.

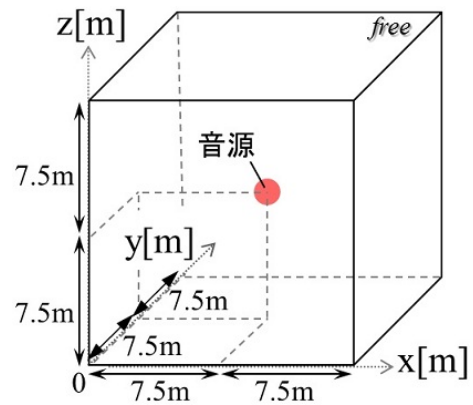


図-3 解析領域

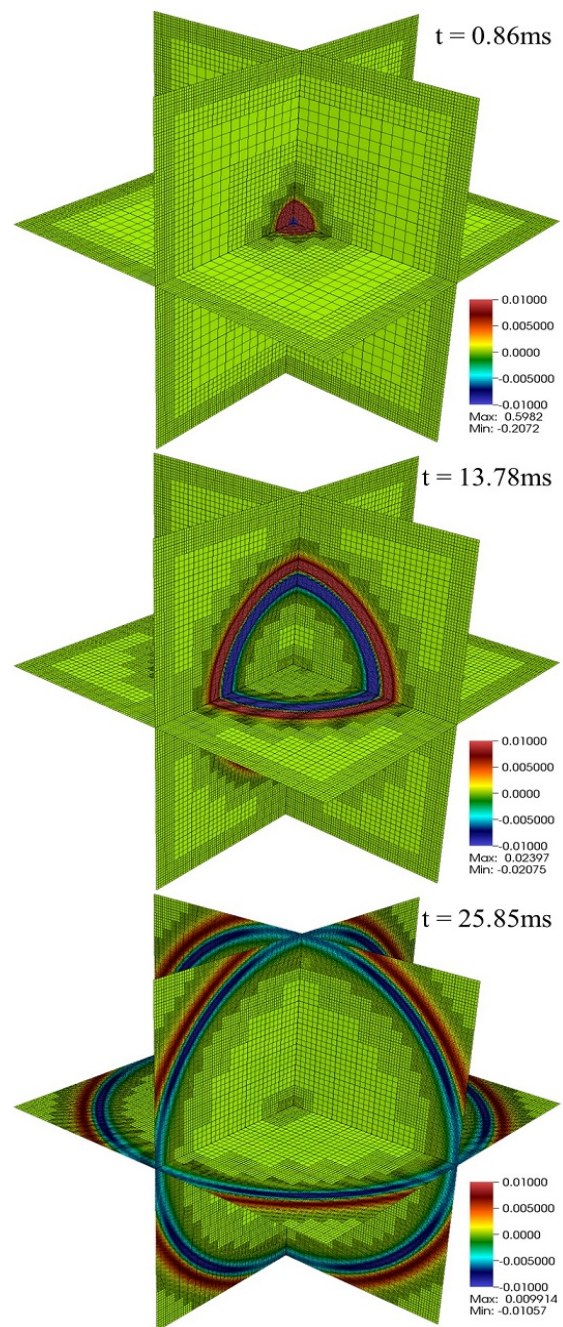


図-4 各時刻における音圧分布とメッシュの可視化結果