

メタンハイドレート含有地盤の化学-熱-力学連成挙動の線形安定解析

京都大学大学院 学生会員 岩井 裕正

京都大学大学院 フェロー 岡 二三生

京都大学大学院 正会員 木元 小百合

京都大学大学院 正会員 肥後 陽介

京都大学大学院 学生会員 赤木 俊文

1. はじめに

近年,メタンハイドレート(以下, MH とする)が新しいエネルギー源として注目されているが,生産時の地盤内の挙動については未解明な部分が多い.北野(2011)¹⁾は海洋における MH の産出状況を想定し, MH 含有層及び海底面までの周辺地盤を含んだ領域を対象とした解析を行った. それにより減圧量が 10MPa と大きなケースにおいて, 解析結果が不安定化するという結果となった. そこで本研究では, MH 含有海底地盤の化学-熱-力学連成挙動の支配方程式線形安定解析を行い, 系の安定性に影響するパラメータについて調べた.

2. 多相系地盤の一次元支配方程式 MH 含有地盤の構成材料を土粒子(S 相), ハイドレート(H 相), 水(W 相), ガス(G 相)とし, 多孔質媒体理論に基づき, 多相混合体として支配方程式を定式化する. 土骨格の構成式として, サクシオンおよびハイドレートによる強度増加ならびに移動硬化を考慮した粘塑性構成式を用い, サクシオンと飽和度関係式として van Genuchten 式を用いた.

2.1 応力の定義とつりあい式 全応力テンソル σ_{ij} は各相の分応力テンソルの総和で表されるとする.

$$\sigma_{ij} = \sum_{\alpha} \sigma_{ij}^{\alpha} \quad (\alpha = S, W, G, H) \quad (1)$$

$$\sigma' = \sigma - P^F \quad (2)$$

$$P^F = sP^W + (1-s)P^G \quad (3)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \rho \bar{F} = \frac{\partial \sigma'}{\partial x} + \frac{\partial P^F}{\partial x} + \rho \bar{F} = 0 \quad (4)$$

構成式中の応力変数として, 全応力 σ から平均間隙圧 P^F を引いたものである骨格応力 σ' を用いた. F は物体力である.

2.2 連続式

固相および液相, 気相の質量保存則より, 液相および気相に対する連続式を得る.

$$(1-n^H)s\dot{\varepsilon} + \dot{s}n^F - \dot{n}^Hs + \frac{\partial V^W}{\partial x} - \frac{\dot{m}^W}{\rho^W} = 0 \quad (5)$$

$$(1-n^H)(1-s)\dot{\varepsilon} - \dot{s}n^F - \dot{n}^H(1-s) + n^F(1-s)\frac{\dot{\rho}^G}{\rho^G} + \frac{\partial V^G}{\partial x} - \frac{\dot{m}^G}{\rho^G} = 0 \quad (6)$$

ここで V^W, V^G は液相, 気相の相対速度で, $\dot{m}^W, \dot{m}^G$ は MH 分解による各相の質量増加速度を表す.

2.3 エネルギー保存則 系全体のエネルギー保存則

は以下のように表される.

$$\dot{\theta} = \frac{k_{\theta}}{\rho c} \theta_{,xx} + \frac{\dot{N}^H}{V} (56599 - 16.744\theta) + \frac{\sigma' \dot{\varepsilon}}{\rho c} \quad (7)$$

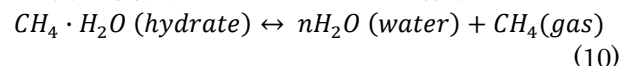
ここで k_{θ} は系全体の熱伝導率, ρc は各相における密度と比熱容量の積の総和であり, 次式で定義する.

$$\rho c = \sum_{\alpha} (n^{\alpha} \rho^{\alpha} c^{\alpha}) \quad (\alpha = S, W, G, H) \quad (8)$$

本解析においては骨格応力とひずみによる仕事は, 分解熱の項に比べて十分小さいとし, 以下のエネルギー保存則を用いる.

$$\dot{\theta} = \frac{k_{\theta}}{\rho c} \theta_{,xx} + \frac{\dot{N}^H}{V} (a - b\theta), \quad a = 56599, b = 16.744 \quad (9)$$

2.4 MH 分解速度式 MH の分解・生成反応は可逆的であり, その平衡条件は温度と圧力に依存する. すなわち高温・低圧条件下でメタンガスに分解し, 低温・高圧条件下でハイドレートを生成する.



MH 分解速度式, は Kim-Bishnoi²⁾ 式に基づき現在の圧力, 温度, ハイドレート物質質量に依存するとし与える. 分解速度より, 質量保存則中の質量変化速度 $\dot{m}^a$, H 相の間隙率変化速度 $\dot{n}^H$ 及びエネルギー保存則中の分解熱を算出する

$$\dot{N}^H = 5.85 \times 10^{12} \times \exp\left(-\frac{9400}{\theta}\right) (P^e - P^F) N_{H0}^{\frac{1}{3}} N_H^{\frac{2}{3}} \quad (11)$$

P^e は温度 θ における MH の平衡圧力であり, N_{H0}, N_H はそれぞれ, 初期の MH の物質質量及び現在の MH 物質質量を表している.

2.5 構成式 今回の解析では簡易化のため, 線形化した粘塑性構成式を用いる.

$$\sigma' = H\varepsilon + \mu\dot{\varepsilon} \quad (12)$$

ここで H はひずみ硬化・軟化パラメータである. これにはサクシオンおよび MH 飽和率による強度変化を考慮しているため, 硬化パラメータ H はサクシオン P^C と MH 飽和率 S^H の関数とする. また μ は粘塑性パラメータであり, 温度 θ の関数である.

$$H = H(P^C, S^H), \quad \mu = \mu(\theta)$$

3. ゆらぎ状態での支配方程式 未知数が前章で示した支配方程式を満足している状態から, 微小な攪乱が加えられた摂動(ゆらぎ)状態での支配方程式を考える. それぞれの物理量は, 支配方程式を満足する値とゆらぎに関する項とで表現する. 未知数は水圧 P^W , ガス圧 P^G , ひずみ ε , 温度 θ , MH 物質質量 N_H , であるので, それぞれに周期的なゆらぎが与えられた場合, 次式で表される.

Key Words: メタンハイドレート, 線形安定解析, 化学-熱-力学連成

連絡先: 〒615-8540 京都市西京区京都大学桂 4 C クラスター 地盤力学研究室 (075-383-3193)

$$P^W = P_0^W + \tilde{P}^W(x, t), \quad P^G = P_0^G + \tilde{P}^G(x, t), \quad \varepsilon = \varepsilon_0 + \tilde{\varepsilon}(x, t), \\ \theta = \theta_0 + \tilde{\theta}(x, t), \quad N_H = N_{H0} + \tilde{N}_H(x, t) \quad (12)$$

ここで $(\cdot)_0$ は支配方程式を満たす値であり、 $(\cdot)$ はゆらぎを表す。さらに各々のゆらぎは波の形で与える。

$$\tilde{P}^W = P^W \exp(\omega t + i q x), \quad \tilde{P}^G = P^G \exp(\omega t + i q x) \\ \tilde{\varepsilon} = \varepsilon \exp(\omega t + i q x), \quad \tilde{\theta} = \theta \exp(\omega t + i q x) \\ \tilde{N}_H = N_H \exp(\omega t + i q x) \quad (13)$$

ここで、 ω はゆらぎの成長速度、 q はゆらぎの波数で、波長を l とすると、 $q = 2\pi/l$ と定義される。また $(\cdot)^*$ はゆらぎの振幅である。以上を前章で定義した支配方程式に代入する。また飽和度 s 、硬化パラメータ H 、粘塑性パラメータ μ 、MH分解速度 $\dot{N}^H$ のゆらぎは、つり合い状態からの微小な変動量であるので、次式のようにそれぞれの変数で勾配をとり、未知数の線形式で表す。

$$\tilde{s} = \frac{\partial s}{\partial P^C} \tilde{P}^C = B_C \tilde{P}^C \quad (14)$$

$$\tilde{H} = \frac{\partial H}{\partial P^C} \tilde{P}^C + \frac{\partial H}{\partial S^H} \tilde{S}^H = H_{PC} \tilde{P}^C + H_{SH} \tilde{S}^H \quad (15)$$

$$\tilde{\mu} = -\frac{\partial \mu}{\partial \theta} \tilde{\theta} = -\alpha_\mu \tilde{\theta} \quad (16)$$

$$\dot{\tilde{N}}_H = \frac{\partial \dot{N}_H}{\partial \theta} \tilde{\theta} + \frac{\partial \dot{N}_H}{\partial P^F} \tilde{P}^F + \frac{\partial \dot{N}_H}{\partial N_H} \tilde{N}_H \\ = -A_N \tilde{\theta} - B_N \tilde{P}^F - C_N \tilde{N}_H \quad (17)$$

以上を用いて変形するとゆらぎ振幅 $(\cdot)^*$ に関する5元一次連立方程式を得る。これの根が0でない解を持つための条件を求める。つまり、係数行列 $[A]$ とおく)が逆行列を持たない $\det[A] = 0$ となる条件を求める。 $\det[A] = 0$ を解くと以下の ω に関する5次方程式が得られる。

$$a_5 \omega^5 + a_4 \omega^4 + a_3 \omega^3 + a_2 \omega^2 + a_1 \omega + a_0 = 0 \quad (18)$$

ここで未知数 ω はゆらぎの成長速度であるので、上の5次方程式の根 ω が正の実数部を持つと、ゆらぎは時間の経過に伴い発散することになり、各変数は支配方程式のつり合いを保てなくなる。したがって、ゆらぎが0に収束し、系全体の安定を保つためには ω が負の実数部を持たなければならない。これを評価するためにRouth-Hurwitzの定理を用いる。

5. 解析結果 式(18)中の $a_0 \sim a_5$ を整理する。Routh-Hurwitzの定理より、係数の符号が一つでも一致しない場合は、根 ω が正の実部を持つ可能性があり、系は不安定化する。そこでまず、5次の係数 a_5 と定数項 a_0 の比較を行う。以下に a_5, a_0 を示す。

$$a_5 = -B_C n^F \left(\mu - \varepsilon H_{SH} \frac{n^H}{n^2} \right) \frac{(1-s)n^F}{P^G} \quad (19)$$

$$a_0 = -C_N H \frac{k^G k^W}{\gamma^G \gamma^W} q^4 \left(\frac{k_\theta}{\rho c} q^2 + \dot{N}_H b \right) \quad (20)$$

以下ではひずみは圧縮の場合($\varepsilon < 0, \dot{\varepsilon} < 0$)を考える。 $s, n, n^H, n^F, \mu, b, q, H_{SH}, \gamma^G, \gamma^W, \rho c, k^G, k^W, k_\theta, C_N$ は常に正であり、 $B_C, P^G, \dot{N}_H$ は負である。これより a_5 は常に負である。また H はひずみ硬化の場合 $H > 0$ で、ひずみ軟化の場合 $H < 0$ である。以上を前提条件とすると、 a_0 が正になる場合に系全体は不安定となる

可能性がある。まずひずみ硬化($H > 0$)の時を考える。 $a_0 > 0$ の条件より

$$\dot{N}_H < -\frac{k_\theta}{b \rho c} q^2 \quad (21)$$

よって $\dot{N}_H$ が式(21)を満たした時に系は不安定になる。また $\dot{N}_H$ の絶対値が大きい場合は条件をより容易に満たすため、定数項が正となる可能性が大きくなる。これはつまりMH分解反応が激しい場合に系が不安定化する可能性が大きいことを示している。

ここで式(11)よりMH分解速度式の大きさは、温度 θ 、現在の平均間隙圧力と平衡圧力との差($P^e - P^F$)及び、MH物質 N_H に依存している。減圧量が大きい場合は平衡圧力との差が大きくなり、それに伴い $\dot{N}_H$ の絶対値は大きくなる。この結果は北野(2011)の $\dot{N}_H$ の結果とも整合している。次にひずみ軟化($H < 0$)の場合を考えて係数の符号を評価する。 $a_0 \sim a_5$ を整理すると、波数 q の次数で整理することができる。仮に波数 q が十分に大きな場合を想定すると、 q の高次の項がそれぞれの係数の符号に対して支配的となってくる。以下では簡単化のために q が十分に大きいことを仮定し、 q の高次の項について示す。

$$a_4 = \left(\mu - \varepsilon H_{SH} \frac{n^H}{n^2} \right) \left\{ B_C n^F \left(\frac{k^G}{\gamma^G} + \frac{k^W}{\gamma^W} - \frac{(1-s)n^F k_\theta}{P^G \rho c} \right) + \frac{(1-s)n^F k^W}{P^G \gamma^W} \right\} q^2 + \dots$$

$$a_3 = \left(\mu - \varepsilon H_{SH} \frac{n^H}{n^2} \right) \left\{ B_C n^F \left(\frac{k^G}{\gamma^G} + \frac{k^W}{\gamma^W} \right) \frac{k_\theta}{\rho c} - \frac{k^G k^W}{\gamma^G \gamma^W} + \frac{(1-s)n^F k_\theta k^W}{P^G \rho c \gamma^W} \right\} q^4 + \dots$$

$$a_2 = - \left(\mu - \varepsilon H_{SH} \frac{n^H}{n^2} \right) \frac{k^G k^W k_\theta}{\gamma^G \gamma^W \rho c} q^6 + \dots$$

$$a_1 = - \frac{k^G k^W k_\theta}{\gamma^G \gamma^W \rho c} \left\{ H + \left(\mu - \varepsilon H_{SH} \frac{n^H}{n^2} \right) C_N \right\} q^6 + \dots \quad (22)$$

以上の係数の符号を考えていく。 a_5 は波数 q に依存せず常に負である。さらに a_4, a_3, a_2 の q の高次の項についても前提条件より常に負である。 a_1 は q が十分に大きい場合に正になる可能性がある。

$$H < - \left(\mu - \varepsilon H_{SH} \frac{n^H}{n^2} \right) C_N$$

同様に a_0 は次の場合に係数が正になりうる。

$$H < 0$$

H はひずみ硬化の場合正でひずみ軟化の場合負であるので、ひずみ軟化の場合に系は不安定化になる可能性があることを示している。

6. 結論と今後の課題 支配方程式の線形安定解析を行い、パラメータの系の不安定化に対する影響を調べた。その結果、ひずみ軟化が生じた場合や、MH分解速度が大きな場合に系は不安定になりうるという結果を得た。今後は具体的な値を代入し、より詳細に係数の値の評価を実施していく。

謝辞 本研究は、独立行政法人石油天然ガス・金属鉱物資源機構「平成23年度メタンハイドレート開発促進事業に関する委託研究」の一部として実施しました。記して謝意を表します。

参考文献 1) 北野貴士, 化学-熱-力学連成解析法によるメタンハイドレート海洋産出試験のシミュレーション, 京都大学卒業論文, 2011. 2) Kim, H. C., Bishnoi, P. R., Heidemann, R. A. and Rizvi, S. S. H., *Chem. Eng. Sci.*, No.42, pp. 1645-1654, 1987.

Key Words: メタンハイドレート, 線形安定解析, 化学-熱-力学連成

連絡先: 〒615-8540 京都市西京区京都大学桂4C クラスタ 地盤力学研究室 (075-383-3193)