

脆性材料のき裂進展シミュレーション：先在き裂と破壊プロセスの関連性

琉球大学大学院 学生会員 ○江戸 孝昭

琉球大学 正会員 松原 仁

琉球大学 正会員 原 久夫

1. はじめに

岩石や岩盤などの地盤材料には、微視組織に先在的に多数のき裂(以下、先在き裂と記す)や空隙等を有しており、極めて不均質かつ不確実である。そのため、力学的特性の評価は困難であり、さらに破壊時のき裂進展挙動は材料の不均質性によるため、き裂の進展挙動は材料によって異なり把握することは極めて難しい問題である。すなわち、先在き裂や空隙等の不確実性を考慮できる手法の役割は重要であると思われる。

そこで、本研究では静弾性問題において高精度な手法である EFMM(Enriched Free Mesh Method)¹⁾と付帯条件付き多次元型移動最小自乗法²⁾を併用した、先在き裂を考慮できる解析手法の開発を目的とした。

2. Enriched Free Mesh Method (EFMM)¹⁾

図-1 に示すように、EFMM では変位場を要素、応力場を要素の集合体(局所パッチ)にて定義する。それぞれ場が独立に定義されるため、これらに関連付ける手法として、本研究では Hellinger-Reissner の変分原理³⁾を用いた。Hellinger-Reissner の変分原理は次式にて示される。

$$\Pi(\sigma, \mathbf{u}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\sigma(\mathbf{x}))^T \mathbf{D}^{-1} \sigma(\mathbf{x}) d\Omega + \int_{\Omega} (\sigma(\mathbf{x}))^T \mathbf{B} \mathbf{u} d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{b} d\Omega - \int_{\Gamma} \mathbf{u}^T \mathbf{t} d\Gamma \quad (1)$$

ここで、 σ : 応力, $\mathbf{u}$: 変位, $\mathbf{B}$: 変位-ひずみマトリックス, $\mathbf{D}$: 応力-ひずみマトリックス, $\mathbf{b}$: 体積力, $\mathbf{t}$: 境界 Γ における表面力, Ω : 局所パッチ領域である。式(1)を用いると節点の自由度は変位と応力であるが、局所パッチ領域で応力自由度を縮約することで、節点は変位のみの自由度となる¹⁾。

3. 付帯条件付き多次元型移動最小自乗法²⁾

付帯条件付き多次元型移動最小自乗法(C-MultiMLS 法)は、1次元の誤差空間における移動最小自乗法を、多次元の誤差空間にて拡張した新しい移動最小自乗法である。C-MultiMLS 法による評価関数は次式にて示される。

$$J_i = \sum_{j=1}^n \left(W(r_{ij}, h) \sum_{k=1}^l (f_k^h(\tilde{x}_j, \tilde{y}_j; \alpha_1, \dots, \alpha_m) - f_k)^2 \right) \quad (2)$$

ここで、 J_i : 残差の平方和, $W(r_{ij}, h)$: 重み関数, r_{ij} : 粒子 i と粒子 j の距離, h : 影響半径(任意の粒子に影響を及ぼす一定領域の半径), $\tilde{x}_j = x_j - x_i$, $\tilde{y}_j = y_j - y_i$ であ

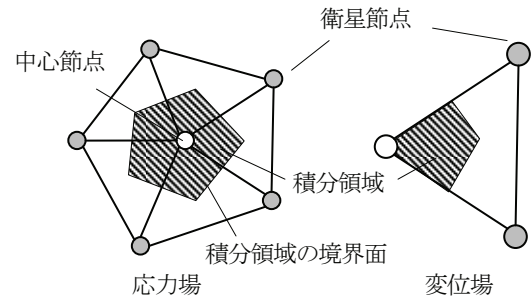


図-1 EFMM における応力場・変位場

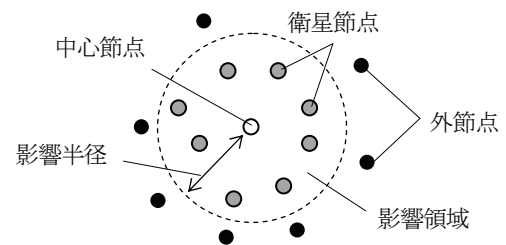


図-2 C-MultiMLS 法による変位場

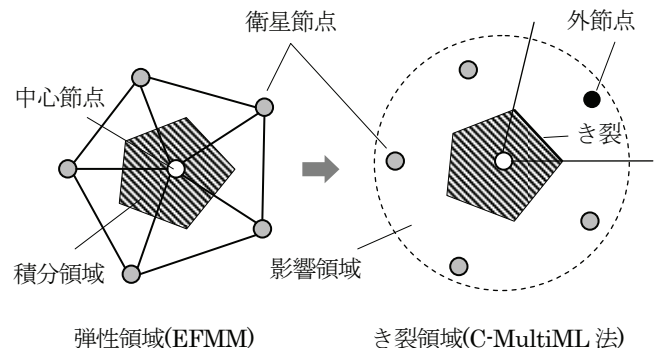


図-3 弾性領域とき裂領域

る。重み関数は影響領域の範囲外でゼロとなるような関数であり、本研究では、4次のスプライン関数を用いた。そして、弾性理論に従い式(2)を用いることで変位場が定義される(図-2 参照)が、変位場の導出方法については参考文献4)に詳しい。

4. き裂進展解析手法

岩石・岩盤内のき裂は非常に複雑に分布しており、このき裂分布の情報を正確に得ることは非常に困難である。そこで本研究では、き裂を簡易的に表現するために隣合う要素の内接円内の点同士を結んだ線分をき裂面と仮定した。これは、節点周辺にできる EFMM の積分領域の境界面と一致する (図-1 参照)。

キーワード 先在き裂, 脆性材料, 数値解析, 不均質性

連絡先 〒903-0213 沖縄県西原町字千原1番地 TEL 098-895-8672

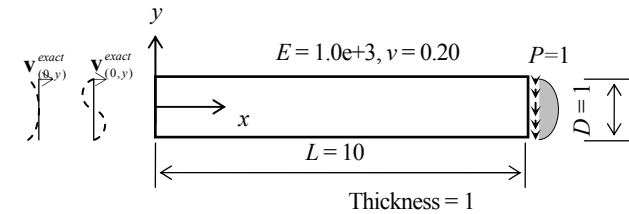


図-4 片持ち梁

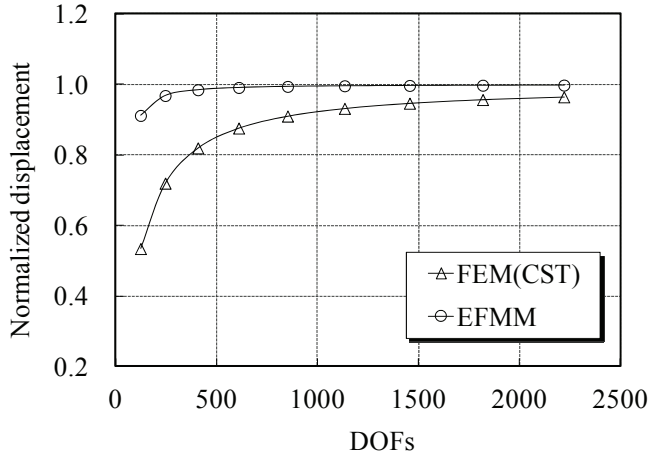


図-5 エネルギー誤差ノルム

そしてき裂の発生条件に関しては、き裂の法線方向の応力が材料の引張強度に達した箇所を、き裂箇所とした。また図-3に示すように、任意の節点周辺にき裂が発生すると、その節点と衛星節点との関連性がなくなるため、これらの関連性を取り除く必要がある。しかしながら関連性を取り除くと、EFMMにて定義される領域では計算が不可能となる。そこで本研究では、き裂箇所を有する節点においては、C-MultiMLS法にて定義される変位場を用いることにした。C-MultiMLS法の変位場を用いることで、節点周辺における積分領域の境界面が全てき裂になった場合でも、剛体移動を考慮することが可能となる。なお、き裂進展に関してはR_{mm}法を用いた。

5. 数値解析例

図-4に示す片持ち梁にて変位精度の検証を行った。この問題では、定ひずみ三角形要素を用いた有限要素法との比較を行った。図-5に総自由度と荷重点における変位を厳密化にて正規化した正規化変位と関係を示す。同図より、EFMMによる解はFEMの解より、少ない自由度においても精度が高いことがわかった。

図-6に中央に2つの切欠きを有する供試体を示す(材料定数は同図参照⁵⁾)。境界条件として、供試体下端を固定し、上端から外力を作用させた。図-7に切欠きを有する供試体の解析モデルを示す。図-8に先在き裂の有無によるき裂進展挙動の様子を示す。なお、先在き裂は赤色で表示している。同図より、き裂が進展する様子が伺え、先在き裂がない場合におけるき裂進展挙動はZhuら解析結果と類似した進展挙動である⁵⁾。一方、先在き裂がある場合においては、供試体の下部からき裂が進展し、その

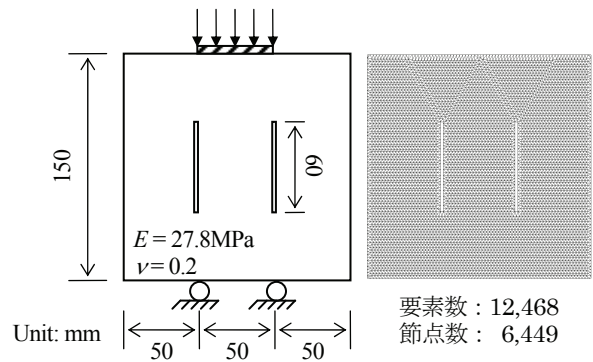
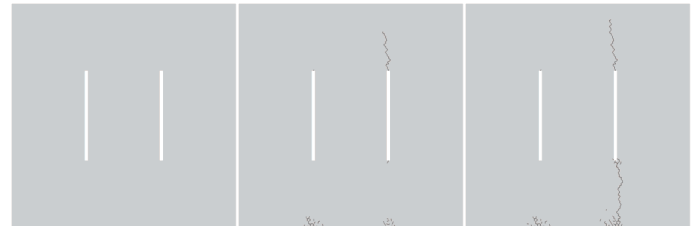


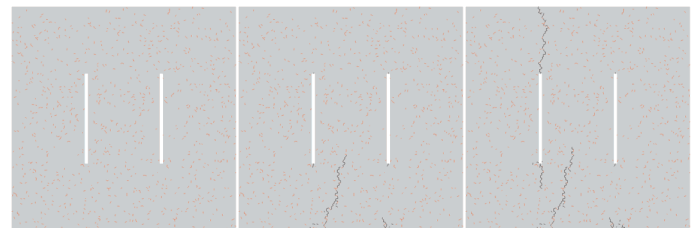
図-6 切欠きを有する供試体

図-7 解析モデル

要素数：12,468
節点数：6,449



(a) 先在き裂「なし」



(b) 先在き裂「あり」：5%

図-8 き裂進展挙動

後左側の切欠きからき裂が進展していく結果となった。

6. おわりに

本研究では、EFMMとC-MultiML法を併用した、先在き裂の影響を考慮したき裂進展解析手法の開発を行った。その結果、先在き裂の有無によるき裂進展挙動の異なる様子が確認された。

謝辞

本研究は科学研究費補助金(23760428)の助成を受けた。ここに記して感謝の意を表す。

参考文献

- 1) Yagawa, G. and Matsubara, H.: Enriched Free Mesh Method: An Accuracy Improvement for Node-based FEM, Computational Plasticity, Springer, Vol. 7, pp.207-219, 2007.
- 2) 松原仁, 入部綱清, 伊良波繁雄: 粒子法の微分精度に関する一考察および物理自由度を有する移動最小自乗法, 土木学会論文集A, Vol. 66, No.4, pp.723-736, 2010.
- 3) Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L.: Finite Element Method (5th edition), Vol.1, 2000.
- 4) 崎原康平, 松原仁, 江戸孝昭, 原久夫, 矢川元基: 弾性固体問題における付帯条件付き多次元型移動最小自乗法, 日本機械学会論文集(A編), Vol.78, No.786, pp.142-151, 2012.
- 5) Zhu, W.C. and Tang, C.A.: Numerical simulation on shear fracture process of concrete using mesoscopic mechanical model, Construction and Building Materials, Vol.16, pp.453-463, 2002.