

剛塑性有限要素法を用いた拘束圧による地盤の非線形性強度を考慮した極限支持力解析

長岡技術科学大学 学生会員 ○保科 隆
長岡技術科学大学 正会員 大塚 悟, 磯部 公一

1. 背景

構造物基礎を設計する際には地盤の極限支持力を適切に評価する必要がある。地盤の強度特性のモデル化として摩擦特性に基づいて *Drucker-Prager* 基準などを適用し、地盤強度（粘着力とせん断抵抗角）を表現することが多いが、地盤強度は対象とする地盤の拘束圧（応力レベル）によって変化する非線形性が指摘されている。地盤の極限支持力はせん断抵抗角が大きくなると指数関数的に増大するために、地盤強度の変化が及ぼす極限支持力への影響は極めて大きい。そこで本研究では応力レベルによる地盤強度の拘束圧依存性を考慮した剛塑性有限要素法を構築することで、適切な極限支持力を算定する手法を提案する。

2. 地盤材料の剛塑性構成式

拘束圧（応力レベル）に対する地盤強度の非線形性に対して式(1)の高次型の降伏関数を導入する。 I_1 は応力テンソル σ （以下、応力と省略）の第一不変量、 J_2 は偏差応力テンソル s （以下、偏差応力と省略）の第二不変量である。ここで n , a , b は材料特性を表す係数であり、引張応力を正と定義する。

$$f(\sigma) = aI_1 + (J_2)^n - b = 0 \quad (1)$$

上式は係数 n , a の設定により *Mises* 基準 ($a=0$) や *Drucker-Prager* 基準 ($n=1/2$)、林・日比野の基準 ($n=1$) に一致する。そのため、係数 n の与え方によって降伏曲面が線形もしくは非線形となり、非線形の場合には応力がひずみ速度に応じて一意に定められる。これは直交則から決まるひずみ速度の方向（ダイレイタンス特性）が応力によって異なるために、ひずみ速度に対して応力を唯一に定められることによる。しかしながら、剛性マトリックスが非対称になるため数値解析上は適用性に課題がある。

そこで本研究では、著者ら¹⁾が提案する構成式の誘導方法を基にした剛塑性構成式を構築した。物体の応力 σ を、降伏関数のみで求められる決定応力 $\sigma^{(1)}$ と求められない非決定応力 $\sigma^{(2)}$ に分解する。決定応力 $\sigma^{(1)}$ は関連流れ則を用いて式(2)のように表し、非決定応力 $\sigma^{(2)}$ はひ

ずみ速度に関する条件（体積変化特性）である式(3)と不定定数 β を用いて式(4)のように表す。 $\dot{\epsilon}$ はひずみ速度、 $\dot{\epsilon}_v$ は等価ひずみ速度、 $\dot{\epsilon}_v$ は体積ひずみ速度、 $\mathbf{I}$ は単位テンソルを表す。また、 I_1 は収束計算中に更新される定数とする。これは、収束計算毎に *Drucker-Prager* 基準を更新していくことと同じ意味を持つ。

$$\sigma^{(1)} = \gamma \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma} = \frac{(2nb + (1-2n)aI_1)}{\sqrt{3a^2 + 2n^2(b - aI_1)^{(2-1/n)}}} \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}} \quad (2)$$

$$h(\dot{\epsilon}) = \dot{\epsilon}_v - \frac{3a}{\sqrt{3a^2 + 2n^2(b - aI_1)^{(2-1/n)}}} \dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_v - \eta \dot{\epsilon} \quad (3)$$

$$\sigma^{(2)} = \beta \frac{\partial h(\dot{\epsilon})}{\partial \dot{\epsilon}} = \beta \left(\mathbf{I} - \frac{3a}{\sqrt{3a^2 + 2n^2(b - aI_1)^{(2-1/n)}}} \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}} \right) \quad (4)$$

式(2)、式(4)より剛塑性構成式は次式になる。また、本研究では解析速度の高速化を目的に制約条件式(3)をペナルティ法によって陽に取り組む方法を用いる（ κ : ペナルティ定数）。

$$\sigma = \frac{(2nb + (1-2n)aI_1)}{\sqrt{3a^2 + 2n^2(b - aI_1)^{(2-1/n)}}} \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}} + \kappa (\dot{\epsilon}_v - \eta \dot{\epsilon}) \left(\mathbf{I} - \frac{3a}{\sqrt{3a^2 + 2n^2(b - aI_1)^{(2-1/n)}}} \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}} \right) \quad (5)$$

3. 要素試験による解析法の検証

2次元平面ひずみ条件における要素試験（一軸圧縮試験）の数値解析により、本解析手法の妥当性を検証する。解析条件として係数 $a=20.0$ 、係数 $b=5000.0$ 、係数 $n=1.0$ を与え、供試体の4分1モデルを用いて数値解析を実施する。また、上面に圧縮または引張荷重を作用し、物体力は考慮しないものとする。数値解析の結果として、理論解（式(6)を用いた）と同様に軸力 σ_{11} として圧縮時-217.48 kPa、引張時 97.48 kPa が得られ、適切な解析結果が得られていることが確かめられた。

$$\sigma_{11} = -3a \pm \sqrt{12a^2 + 4b} \quad (6)$$

キーワード 拘束圧、非線形性強度、高次降伏関数、剛塑性構成式、支持力問題

連絡先 〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町 1603 - 1 長岡技術科学大学 環境・建設系 環境防災研究室

4. 傾斜荷重に対する極限支持力解析

地盤上の基礎に傾斜荷重が作用すると、基礎端部で引張破壊が生じることから、引張破壊の影響を考慮する必要がある。*Drucker-Prager* 型の降伏関数は応力レベルによっては圧縮・引張破壊時の地盤強度を過大に評価することで過大な極限支持力を求める懸念がある。そこで水平地盤における傾斜荷重に対する数値解析を実施することで、*Drucker-Prager* 型に対して高次型を用いた極限支持力解析が、圧縮・引張破壊が混在する極限支持力問題を合理的に評価できることを明らかにする。解析モデルには全長 120.0 m、全高 20.0 m の水平地盤上の中央に剛体基礎（基礎幅 10.0 m）を設置し、傾斜等分布荷重（0～90 度）を載荷する。また、ひずみ速度の境界条件は底面を固定条件、側面をローラー条件とする。解析条件として高次型の係数に $a=50.0$ 、係数 $b=15000.0$ 、係数 $n=1.0$ を与える。*Drucker-Prager* 型の地盤強度は高次型の降伏曲面の接線になるようにせん断抵抗角 $\phi=26.6^\circ$ 、粘着力 $c=150.0$ kPa を与える。

表-1 に解析結果を示す。荷重傾斜角度ごとの応力の第一不変量 I_1 の最大（引張領域）および最小（圧縮領域）の関係をみると、 I_1 が最小値（圧縮領域）の場合は、両者の圧縮側の応力のオーダーはほぼ同じであり、荷重傾斜角の増加に合わせて圧縮側の応力が小さくなる傾向を示し、高次型の極限支持力値が *Drucker-Prager*

型に比べてかなり小さくなる結果が得られた。これは、応力レベルによる地盤の非線形性強度を高次型の降伏関数が合理的に表現しているためである。また、 I_1 が最大値（引張領域）の場合は、*Drucker-Prager* 型に比べて、高次型は引張側の応力が 3 分の 1 ほど小さくなっており、引張破壊の影響を小さく評価することで極限支持力値が *Drucker-Prager* 型に比べて小さくなる結果が得られた。また、**図-1** に示した破壊形態を比較すると、両者ともに同様の破壊形態が得られたが、高次型の場合は破壊領域が小さくなる結果が得られている。

以上のことから、高次型の降伏関数による剛塑性構成式が地盤の拘束圧（応力レベル）による非線形性強度や傾斜荷重のように圧縮破壊・引張破壊が混在する極限支持力問題を合理的に評価できることが示された。

5. 結論

本研究では地盤の拘束圧（応力レベル）による非線形性強度を合理的に評価した極限支持力を算定する手法として、高次型の降伏関数を用いた剛塑性構成式を構築した。また、数値解析を実施することで地盤の拘束圧による非線形性強度を考慮した極限支持力問題を合理的に評価できていることを明らかにした。

参考文献

- 1). 保科隆，大塚悟，磯部公一：低強度シーム層を内在する自然斜面の斜面安定解析，地盤工学ジャーナル Vol.6, pp.191-200, 2011.6

表-1 荷重傾斜角度と極限支持力および I_1 の関係（max：引張 min：圧縮）

荷重傾斜角 [度]	<i>Drucker-Prager</i> 型 [kPa]			高次非線形型 ($n=1$) [kPa]		
	極限支持力	$I_{1 \max}$	$I_{1 \min}$	極限支持力	$I_{1 \max}$	$I_{1 \min}$
0.0	5066.19	31.22	-13343.31	2929.81	160.76	-14887.74
10.0	3520.11	900.00	-13634.00	2116.15	300.00	-9053.35
30.0	1299.33	900.00	-4415.94	1293.39	223.69	-6568.18
50.0	431.18	900.00	-1921.29	378.89	233.03	-2301.77
70.0	249.08	900.00	-1730.49	241.34	300.00	-1994.86
90.0	191.77	900.00	-1611.67	185.22	300.00	-1672.82

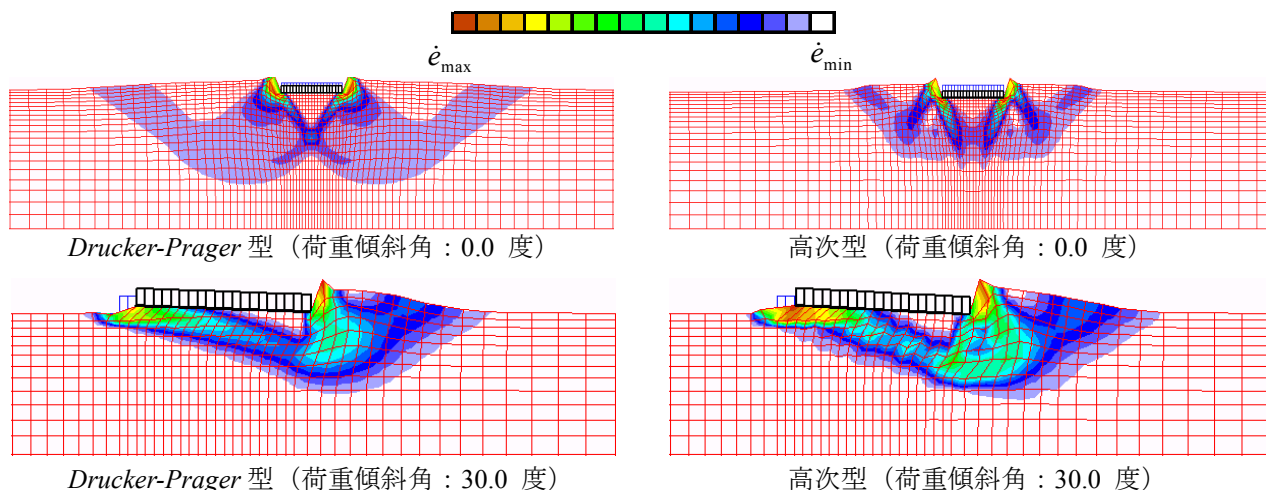


図-1 変形箇所を拡大した等価ひずみ速度分布と変形（変位速度に任意時間に乗じた変位）図