飽和不均一地盤内の流速分布の性質に関する研究

神戸大学大学院　学生会員　○倉本 拓哉
神戸大学大学院　正会員　齋藤 雅彦

1. はじめに

不均一な地盤内の浸透流・地下水流では，当然のことながら流速分布も均一ではなく，局所的に流速の大きい「水みち」が存在することが知られている．

本研究では不均一地盤モデル[1)]を用いて，数値解析により水みちの性質および流速分布の統計的性質について考察する．

2. 解析方法

(1) 基礎方程式の無次元化

流れ場に関する基礎方程式として，以下のように無次元化した定常飽和浸透流の式を使用する．

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(K\frac{\partial H}{\partial X}\right)+\frac{\partial}{\partial Y}\left(K\frac{\partial H}{\partial Y}\right)=0 \qquad (1)$$

ここに，$X=x/l_0$，$Y=y/l_0$，$H=h/l_0$，$K=k/k_0$であり，x,yは空間座標，hはピエゾ水頭，kは透水係数，l_0は基準長さ，k_0は透水係数の基準値とする．

(2) 透水係数の空間分布モデル

不均一場を生成するために，透水係数の不均一性を表わす空間分布モデルとして$f^{-\zeta}$型モデルを使用する．これは$\log_{10}K$のパワースペクトル密度関数が以下のように$f^{-\zeta}$型となるものである．

$$S(|f|)\propto|f|^{-\zeta} \qquad (2)$$

ここにfは空間周波数ベクトル，$S(|f|)$はパワースペクトル密度，ζは空間的な相似性を表わすパラメータであり，ζ=空間次元，すなわち2次元モデルでは$\zeta=2$とすると完全な自己相似性を持つ．

また，本モデルでは，，ζ=空間次元とすると，$\log_{10}K$は正規分布に従い(Kは対数正規分布)，同質地盤における$\log_{10}K$の分散σ^2と解像度M(=要素数)のあいだには式(3)の関係が成り立つため，解像度に応じた同質地盤を容易に表現可能である．

$$\sigma^2=\lambda\log_{10}M \qquad (3)$$

ここにλは不均一性の大きさを表わす無次元パラメータである．

3. 浸透流解析

(1) 解析領域と境界条件

本研究では，まず正方形不均一場を生成し，つぎにアスペクト比L_X/L_Yを決め，**図 1** に示すように解析領域を定める．

また，境界条件も**図 1** に示すように平均動水勾配が 1 となるようにHを与え，不透水性境界を定める．

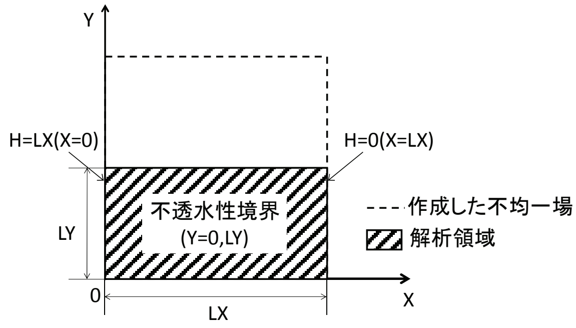


図 1　解析領域と境界条件

(2) 浸透流解析

はじめに生成する正方形場の解像度$M(=2^N\times2^N)$のN，透水係数のばらつきλ，およびアスペクト比L_X/L_Yをパラメータとして，これらの組み合わせを変えてさまざまなパターンの不均一場をそれぞれ100個生成する(**表 1**)．それぞれの場に対して有限要素法による浸透流解析を行い，流速分布を求めた．**図 2** に流速分布の一例を示す．これより局所的に流速の大きい部分である水みちが形成されているのがわかる．

表 1　パラメータのパターン

N	9，8，7，6，5，4
λ	0.02，0.04，0.06，0.08，0.10
L_X/L_Y	1/8，1/4，1/2，1，2，4，8

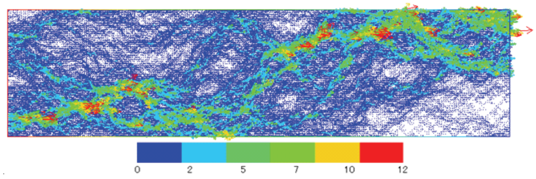


図 2　流速分布(N=9，λ=0.10，L_X/L_Y=4)

4. 解析結果と考察

(1) 頻度分布および流速分布

得られた流速ベクトルの大きさ$|V|$の対数変換値$\log_{10}|V|$の頻度分布を**図 3** に示す．これより，頻度分布は対数正規分布に従うことがわかる．

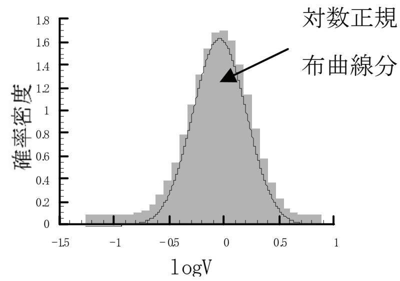
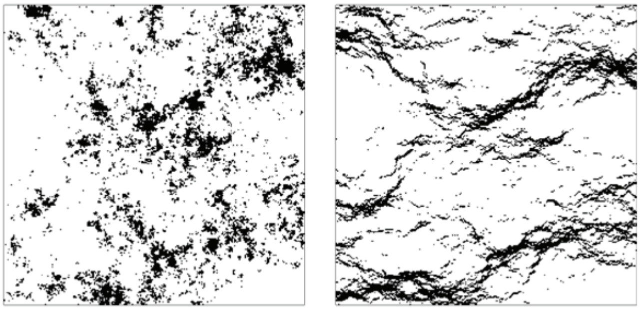


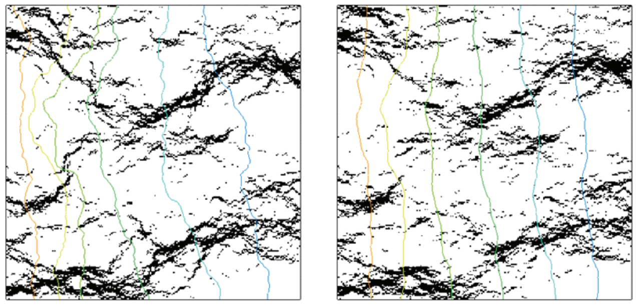
図 3　流速ベクトルの大きさの頻度分布
(N=6，λ=0.04，L_X/L_Y=1)

キーワード　地下水，　透水係数，不均一場，水みち，浸透流解析
連絡先　〒657-8501　神戸市灘区六甲台町 1-1　神戸大学大学院工学研究科市民工学専攻　TEL078-803-6435



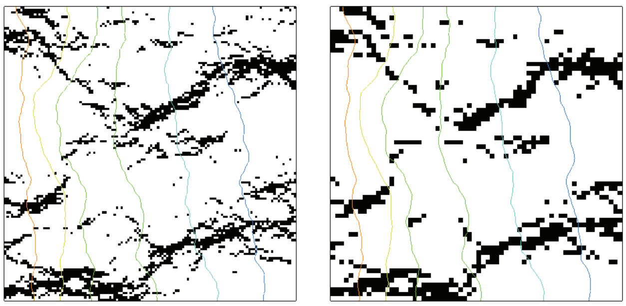
(a) 透水係数分布（$\kappa>\mu_\kappa+\sigma_\kappa$）　(b) 流速ベクトル（$v>\mu_v+\sigma_v$）

図 4　透水係数分布と流速分布(λ=0.06, N=8, L_X/L_Y=1)



(a) λ=0.10　　(b) λ=0.02

図 5　流速分布の比較（$v>\mu_v+\sigma_v$）



(a) N=7　　(b) N=6

図 5　流速分布の比較（$|V|>\mu_{|V|}+\sigma_{|V|}$）

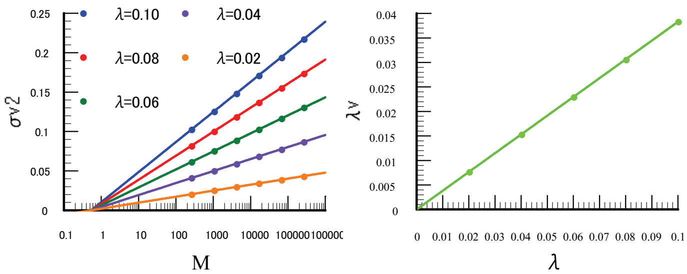


図 7　M と σ_v^2 の関係（L_X/L_Y=1）　**図 8**　λとλ_Vの関係

つぎに透水係数の対数値κ=log$_{10}K$ と流速ベクトルの大きさv=log$_{10}|V|$の分布を比較する．**図 4** は，両者とも平均値+標準偏差より大きい部分のみを示しており，必ずしも透水係数が大きい部分と流速の大きい部分が一致しているわけではなく，流速ベクトル分布は明らかに水みち状を示していることが分かる．

図 5 は，同一の解像度に対して，λの違いについて比較したものである．ここでは図 4 と同様に平均値+標準偏差より大きい部分のみを示しているが，同時に等水頭線を加えている．これより，水みち形状はほとんど変化していないのに対して，等水頭線はかなり異なっていることが分かる．一方，**図 6** は同一のλに対して解像度 M の違いについて比較したものであるが，解像度が大きくなるほど細かな水みちが現れている．

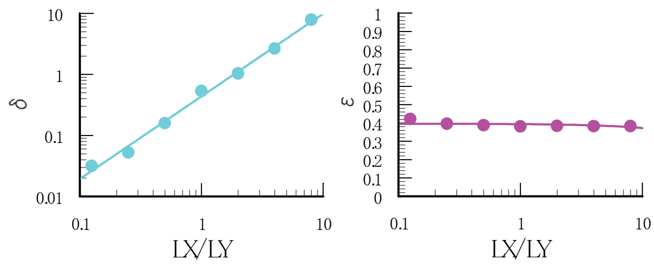
(2) v=log$_{10}|V|$の分散σ_v^2の定量的評価

図 7 は，L_X/L_Y=1 における解像度 M と v の分散 σ_v^2 の関係を示している．これより，分散σ_v^2 と解像度 M は，式(3)と同様に以下のように表すことができる．

$$\sigma_v^{\,2} = \lambda_v \log_{10}\left(\frac{M}{\delta}\right) \tag{4}$$

ここに，σ_v^2はvの分散，λ_vは傾き，δは補正係数で σ_v^2=0 のときの M の平均値である．また，**図 8** は λ_v と λ の関係を示したものである．これより，両者の関係は比例定数εを用いて式(5)のように表わされるが，これら式(4)および式(5)はどのアスペクト比においても成り立っている．

$$\lambda_v = \varepsilon \times \lambda \tag{5}$$



(a) δ と L_X/L_Y の関係　(b) ε と L_X/L_Y の関係

図 9　パラメータとアスペクト比の関係

また，アスペクト比と δ，および ε との関係について整理すると，**図 9** のような関係が得られ，以下の式(6)および式(7)が導かれる．

$$\delta = 0.438\left(\frac{L_X}{L_Y}\right)^{1.353} \tag{6}$$

$$\varepsilon = 0.391 \tag{7}$$

5. おわりに

以上より，水みち形状に関しては，透水係数のばらつきλにはほとんど依存せず，解像度が大きくなると，より細かい水みちが現れること，また流速ベクトルの大きさの分散は，解像度と透水係数のばらつき，および解析領域の形状に依存した値であることが明らかになった．

参考文献

1) 齋藤雅彦、川谷健：透水係数の空間分布に関する理論的考察、土木学会論文集、No.645／III-50, pp.103-114, 2000