

階段状水路における空気混入不等流の水面形計算法

日大理工 正 員 高橋正行
 日大院(理工) 学 員 海上真吾
 日大理工 フェロー 大津岩夫

まえがき

階段状水路における skimming flow¹⁾は、乱流境界層が水面に到達した inception point より下流側では、流れに空気を取り込み空気混入射流となる(図-1 参照)。この空気混入流の水深、流速、エネルギーを知ることは水工設計上重要である。

従来、skimming flow における擬似等流での空気混入率、水深、流速、およびエネルギーについては、かなり明らかにされている²⁾。しかしながら、不等流区間の空気混入流特性、すなわち空気混入率、水深、流速、およびエネルギーの流下方向変化については検討の余地がある。

本報告では、水路傾斜角度 $\theta=55^\circ$ の階段状水路の skimming flow における空気混入不等流を対象に気相の連続式³⁾と空気混入の影響を考慮した水面形方程式⁴⁾に基づき、skimming flow における不等流区間の空気混入率、水深、エネルギーの流下方向変化を算定できることを示した。

実験

水路傾斜角度 $\theta=55^\circ$ のもとで相対ステップ高 $S/d_c=0.2, 0.3, 0.5, 0.7$ [$d_c=(q_w^2/g)^{1/3}$,

q_w : 単位幅流量 ($q_w = \int_0^{y_{0.9}} (1-C)u dy$), C : 空気混入率 ($C = \text{空気の体積} / (\text{空気の体積} + \text{水の体積})$), $y_{0.9}$: 空気混入率 C が 90% となる y の高さ, u : 流速, g : 重力加速度] の skimming flow を対象とし、空気混入流の空気混入率 C と流速 u の測定を行った。

C および u は二点電極型ボイド率計を用いて測定した(採取時間間隔 20 μ sec, 測定時間 20sec)。また、aerated flow の C , u およびエネルギーの評価断面をエッジ断面(図-1 参照)とした。inception point は水路横断方向に常に空気混入する最上流側の位置と定義し目視で決定した。

空気混入率分布

レイノルズ数 $R(R=q_w/\nu_w; \nu_w$ =水の動粘性係数)が $R \geq 3 \times 10^4$ の不等流区間の skimming flow の空気混入率 C は次の関係で示される⁵⁾(図-2 参照)。

$$C = f\left(\frac{y}{y_{0.9}}, \frac{H_s}{d_c}, \frac{S}{d_c}, \theta\right) \quad (1)$$

不等流区間の場合、inception point より下流側では水面より空気が混入し、与えられた θ と S/d_c に対して $(x_s-x_i)/d_c$ [$x_i: H_s$ までの流下距離, $x_s: H_s$ までの流下距離] が大きくなるにつれて仮想底面近く ($y/y_{0.9} \approx 0$) まで空気が混入している。

断面平均空気混入率 C_m は次式で定義される。

$$C_m = \frac{1}{y_{0.9}} \int_0^{y_{0.9}} C dy \quad (2)$$

各断面での C_m の値と Chanson による気泡の拡散モデル(3式)³⁾を用いると空気混入率分布が図-2 の各線のように示される。

$$C = 1 - \tanh^2\left(k' - \frac{1}{2D'} \frac{y}{y_{0.9}}\right) \quad (3)$$

ここに、 $D' = [(0.848C_m - 0.00302)/(1 + 1.1375C_m - 2.2925C_m^2)]$ は無次元化された乱流拡散係数であり、 $k' = [\tanh^{-1}\sqrt{0.1} + 1/(2D')]$ は積分定数である³⁾。

Inception point より下流側の C_m を算定する式については、Chanson による気相の連続式³⁾[(4式)]の適用を試みる。

$$\frac{1}{(1-C_{mu})^2} \ln\left(\frac{1-C_m}{C_{mu}-C_m}\right) - \frac{1}{(1-C_{mu})(1-C_m)} = k_0 x' + K_0 \quad (4)$$

ここに、 C_{mu} は擬似等流区間の C_m , C_{mi} は inception point での C_m , x' は $(x-x_i)/d_{wi}$, d_{wi} は inception point における clear water depth d_w [$d_w = (1-C_m)y_{0.9}$], $k_0 = u_r d_{wi} \cos\theta / q_w$ と $K_0 = 1/(1-C_{mu}) [1/(1-C_{mi}) \times \ln\{(1-C_m)/(C_{mu}-C_{mi})\} - 1/(1-C_{mi})]$ は積分定数, u_r は気泡の上昇速度であ

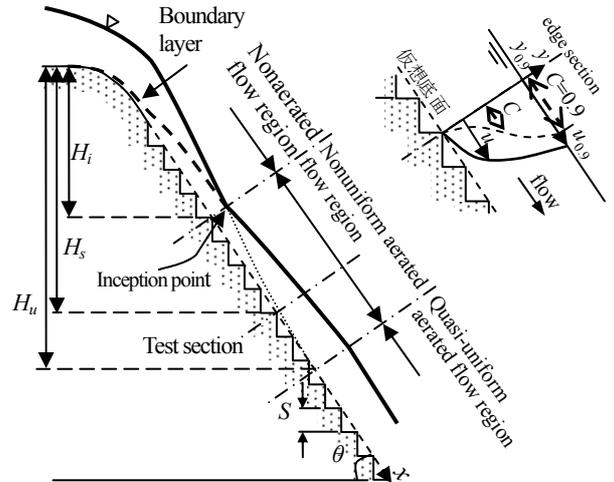


図-1 階段状水路における流れの領域区分

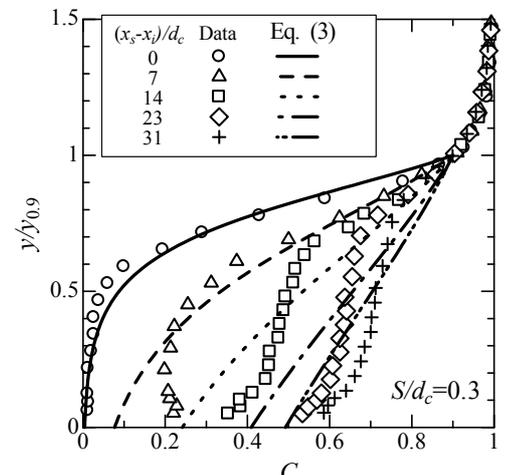


図-2 空気混入率分布

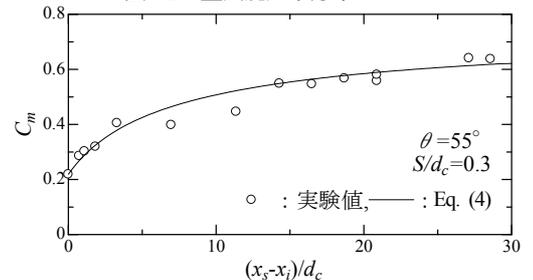


図-3 断面平均空気混入率

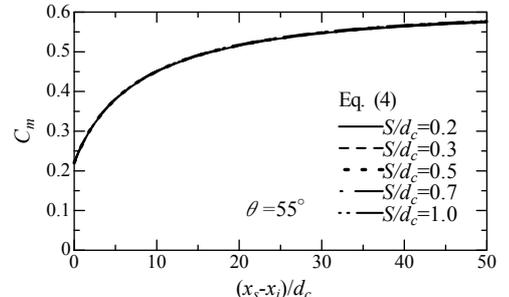


図-4 断面平均空気混入率

キーワード：階段状水路, 空気混入流, skimming flow, 水面形計算, エネルギー
 連絡先：〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14 Tel.&Fax. 03(3259)0676

る。ここでは $u_r = 0.4\text{m/s}$ とし³⁾、境界条件として q_w, d_{wi}, C_{mi} および C_{mu} には実験値を与え C_m を計算した(図-3)。図に示されるように、計算値は実験値とほぼ一致し、与えられた S/d_c に対して $(x_s - x_i)/d_c$ の増加にともない C_m は大きくなる。

Inception point の d_{wi}, C_{mi} および H_i については、Boes and Hager の実験式⁶⁾と今回の実験結果がほぼ一致していることを確認できた。そこで、 d_{wi}, C_{mi} および H_i の値には Boes and Hager の実験式⁶⁾、 H_u における断面平均空気混入率 C_{mu} の値には高橋・大津の実験式²⁾からの値を用い、気相の連続式[(4)式]によって C_m を求めると各 S/d_c 毎に図-4の各線が得られる。 $\theta = 55^\circ$ の場合、与えられた $(x_s - x_i)/d_c$ に対して、 C_m は S/d_c による影響を無視できることが示された。また、気相の連続式[(4)式]と気泡の拡散モデル[(3)式]を用いることで、不等流区間の C_m の変化と空気混入率分布を示すことが可能となった。

流速分布

$R \geq 3 \times 10^4$ の不等流区間の skimming flow の流速 u は次の関係で示される⁵⁾(図-5参照)。

$$\frac{u}{u_{0.9}} = f\left(\frac{y}{y_{0.9}}, \frac{H_s}{d_c}, \frac{S}{d_c}, \theta\right) \quad (5)$$

ここに、 $u_{0.9}$ は $y=y_{0.9}$ での流速である。図に示されるように、不等流区間および擬似等流区間ともに流速分布は S/d_c および $(x_s - x_i)/d_c$ によらず $1/N$ 乗則[(6)式]で示され、 $\theta = 55^\circ$ の場合、不等流区間および擬似等流区間ともに $N = 4.5$ で近似される(図-5参照)。

$$u/u_{0.9} = (y/y_{0.9})^{1/N} \quad (6)$$

空気混入流における水面形およびエネルギー

skimming flow の空気混入流の不等流区間の水面形方程式は、高橋・大津⁴⁾によって次式のように導かれている。

$$\frac{dd_w}{dx} = \sin\theta \frac{d_w^3 - d_{wu}^3}{C_p d_w^3 \cos\theta - C_v d_c^3} \quad (7)$$

ここに、 C_v と C_p は C 分布と $u/u_{0.9}$ の分布から求められる補正係数⁴⁾、 d_{wu} は擬似等流状態の clear water depth である¹⁾。流れは射流であるため、境界条件として inception point の d_{wi} を与え、下流側に向かって(7)式を数値積分すると不等流区間の d_w が求まる。ここでは、不等流区間の C_m を気相の連続式[(4)式]から求め、 C 分布を気泡の拡散モデル[(3)式]、流速分布を $1/4.5$ 乗則で近似し、 C_p および C_v を求め、(7)式から d_w を計算した(図-6参照)。また、計算された d_w と C_m の値および $y_{0.9} = d_w / (1 - C_m)$ を用いると空気混入流水深 $y_{0.9}$ が得られる(図-6参照)。 $y_{0.9}/d_c$ と d_w/d_c の計算値は15%以内の差で実験値と一致した。また不等流区間では、clear water depth d_w/d_c は流下するにつれて小さくなるが、空気混入流水深 $y_{0.9}/d_c$ は流下するにつれて増大し、擬似等流区間では一定値となる。 d_w/d_c および $y_{0.9}/d_c$ に対する S/d_c の影響を調べた結果を図-7に示す。図-7より $\theta = 55^\circ$ 、 $S/d_c < 0.5$ の場合、与えられた $(x_s - x_i)/d_c$ に対して S/d_c の増加にともない d_w/d_c および $y_{0.9}/d_c$ は大きくなり、 $0.5 \leq S/d_c \leq 1.0$ [$= (S/d_c)_s$] ($(S/d_c)_s$ は skimming flow の形成される上限の S/d_c の値¹⁾)の場合ではほぼ一定値となっている。

仮想底面を基準面とすると空気混入流の比エネルギー E_s は次式で示される^{1),2)}。

$$E_s = C_p d_w \cos\theta + C_v V_w^2 / (2g) \quad (8)$$

算定された d_w と C_v 、 C_p の値を用い(8)式で E_s を求めると図-8の各線が得られる。図より E_s/d_c は与えられた S/d_c に対して、不等流区間においては $(x_s - x_i)/d_c$ の増加に伴い大きくなり、擬似等流区間では一定値に漸近する。また、与えられた $(x_s - x_i)/d_c$ に対して S/d_c の増加にともない E_s/d_c は小さくなり、 $0.5 \leq S/d_c \leq 1.0$ [$= (S/d_c)_s$] の範囲ではほぼ一定値となっている。

まとめ

水路傾斜角度 $\theta = 55^\circ$ の階段状水路における空気混入不等流区間の skimming flow の空気混入率分布、流速分布、空気混入流水深および比エネルギーを解析的に求める方法が得られた。また、空気混入流の内部特性に対する相対ステップ高さ S/d_c のおよび影響を明らかにした。

参考文献

- 1) Ohtsu, I., Yasuda, Y., Takahashi, M.: Flow Characteristics of Skimming Flows in Stepped Channels, J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 130, No.9, pp. 860-869, 2004.
- 2) 高橋, 大津: 階段状水路の空気混入流特性に対する水路傾斜角度の影響, 水工学論文集, 土木学会, 第54巻, pp. 1057-1062, 2010.
- 3) Chanson, H.: The Hydraulics of Stepped Chutes and Spillways, A. A. Balkema, Lisse, The Netherlands, 2000.
- 4) 高橋, 大津: 階段状水路における不等流区間の空気混入流特性, 水工学論文集, 第55巻, pp. 1123-1128, 2011.
- 5) 高橋, 安田, 大津: 階段状水路における空気混入射流に対するレイノルズ数の影響, 水工学論文集, 土木学会, 第50巻, pp. 871-876, 2006.
- 6) Boes, R. M. and Hager, W. H.: Hydraulic Design of Stepped Spillways, J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 129, No. 9, pp. 671-679, 2003.

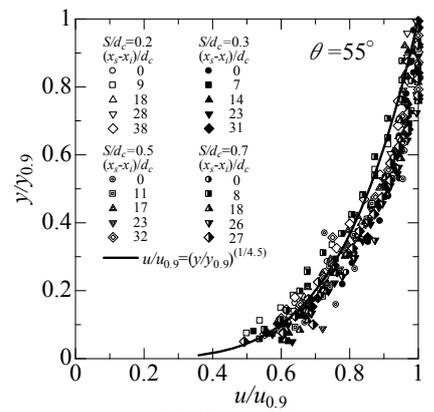


図-5 流速分布

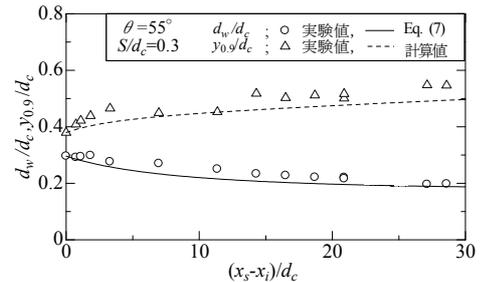


図-6 Clear water depth d_w と空気混入流水深 $y_{0.9}$

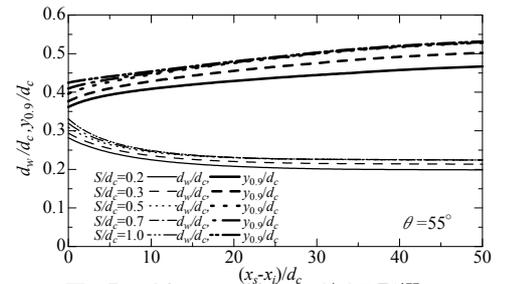


図-7 d_w と $y_{0.9}$ に対する S/d_c の影響

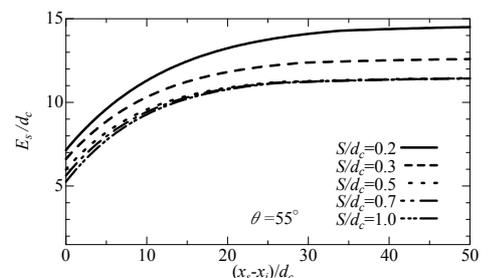


図-8 空気混入流の比エネルギー E_s