転波列の発達・分裂過程に関する数値解析的研究

京都大学大学院工学研究科　学生員　○金澤　直矢
京都大学大学院工学研究科　学生員　白井　秀和
京都大学大学院教授　フェロー　細田　尚

１．はじめに

転波列は，線形安定解析 [1)]から Vedelnikov 数と呼ばれる無次元数が 1 より大きくなるときに生じる流れの不安定現象であることが分かっている.つまり，ある水理条件を満足すれば，擾乱が発達し転波列を形成し流れるということである．このことから，擾乱の与え方によって，形成される転波列の波形が変わっていくと考えられる．本研究では，擾乱の発達がどのように進行し，転波列が形成されていくかを数値解析的に検討する.

２．基礎式

流れの基礎式は，図−1 に示す座標系に合わせた連続式と運動方程式から構成される次式に示す浅水流方程式を用いる.

［連続式］

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=0 \qquad (1)$$

［運動方程式］

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial uQ}{\partial x}=gA\left(\sin\theta-\frac{\partial h}{\partial x}-\frac{\tau_{bx}}{\rho gR}\right) \qquad (2)$$

ここに，t：時間，x：空間座標，Q：流量，u：流速，A：流水断面積，g：重力加速度，z_s：基準水面からの水位，τ_{bx}：路床に作用する応力ベクトルの x-方向成分，ρ：密度，R：径深（$=A/(2h+B)$），h：水深，B：水路幅である.

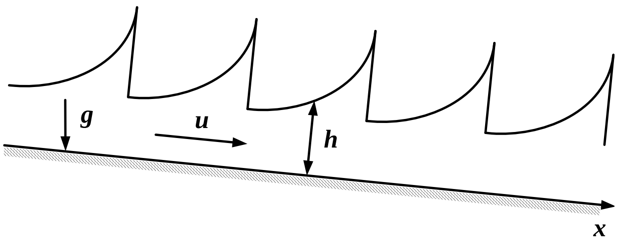
３．数値解析手法及び計算条件

数値解析法には有限体積法を適用し，移流項の離散化は，一次精度風上差分と QUICK スキームを流速制限関数 minmod limiter により合わせたものを用いる．また，本研究では，流速が大きく計算が不安定になるため，流速 u を中心差分的でなく，流量 Q と同様に上流化した内挿を行うことで，計算の安定化を図る．変数の配置はスタッガードスキーム，時間積分には Adams-Bashforth 法を適用する.

転波列は，擾乱が下流に進み発達することによって発生する．本研究では，二つの方法を用いて解析を行う．一つは流入口の流量に次式のような擾乱を与える方法である.

$$Q_{up}=Q_0+\alpha\cdot Q_0\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

ここに，t：時間，T：周期，Q_{up}：流入口流量，Q_0：平均流量，α：平均流量に対する擾乱の大きさの割合であり, 今回は 0.02 として, 平均流量に対して 2 % の大きさの擾乱を与える．もう一つは意図的に擾乱



図−1　転波列の概念図

表−1　再現ケース

	擾乱周期	格子数	格子幅	水路長
Case1	0.6 sec	20000	0.01 m	200 m
Case2	1.2 sec			
Case3	6.0 sec			
Case4	無し	50000	0.02 m	1000 m

キーワード　転波列，開水路非定常流，数値解析
連絡先　〒615-8540　京都府京都市西京区京都大学桂 C1-3 河川流域マネジメント工学講座　TEL075-383-3269

を与えずに，数値的な打ち切り誤差から生じる擾乱により転波列を発生させる方法を用いる．これは，比較的ランダムな擾乱が与えられるので，実際の状況に近いものになると考えられる．

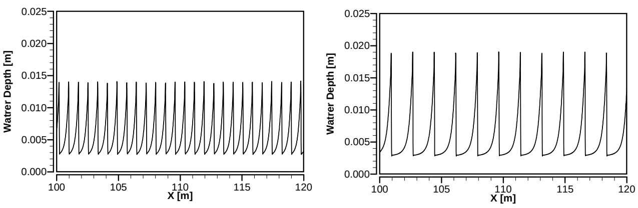
表−1 に再現ケースを示す．Case1~Case3 では，流入口流量にそれぞれ周期 0.6，1.2，6.0 sec の擾乱を与え，Case4 では流入口流量に擾乱を与えない場合における解析を行う．対象とする水路は，水路幅 0.1 m，水路勾配 $\tan\theta = 0.0966$，流量 5.43×10^{-4} m^3/s，粗度係数 0.01 とする．

４．解析結果

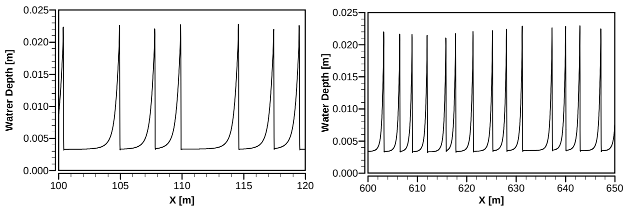
Case1~Case4 における水深の空間分布を**図−2** に示す．Case1~Case3 の結果から，与える擾乱周期が大きくなるにつれて，波高が増加する傾向にあることが確認できる．一方で，Case4 の波高は， Case3 の波高とほとんど変化が見られないことがわかる．つまり，擾乱周期が大きくなるにつれて波高は増加する傾向にあるが, ある周期から波高はピークに達し, 波高の増加傾向が見られなくなる．その結果，さらに擾乱の周期を大きくしても，転波列の波高はほぼ同じ高さで形成されると考えられる．

また, 擾乱周期が 0.6 sec の Case1 と擾乱周期が 1.2 sec の Case2 の場合では，擾乱 1 周期につき，一つの転波列が形成されることが確認された．これに対して，擾乱周期 6.0 sec では一つの周期につき，複数の転波列が形成されて流れていることが確認された．すなわち，一つの周期の波が分裂していくつかの転波列に形成されていた．

Case1~Case4 における転波列の流下距離と波長の関係を**図−3** に示す．Case1，Case2 では，転波列発生直後から波長は一定となっており，波長も増加する傾向にあることがわかる．これに対して，Case3，Case4 では，複数の波長をもつことが確認できる．

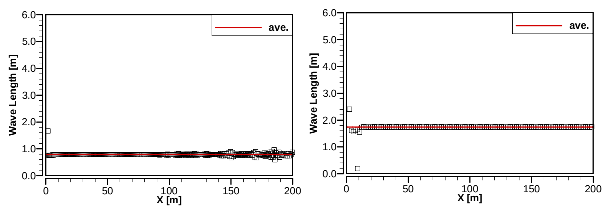


(a) Case1　　(b) Case2

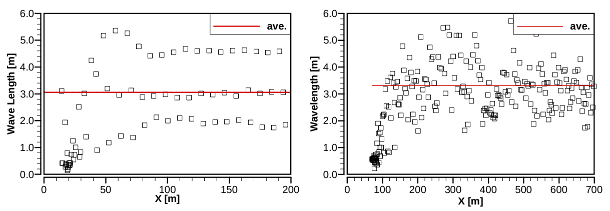


(c) Case3　　(d) Case4

図−2　水深の空間分布



(a) Case1　　(b) Case2



(c) Case3　　(d) Case4

図−3　波長の空間分布

５．おわりに

本研究では，転波列流れを対象とした一次元数値解析を行うことで転波列の発達・分裂過程について検討した．結果をまとめると以下の通りである．

- 与えた擾乱の周期が増加するにつれて, 波高が増加する傾向にあるが, 周期がある程度大きくなると波高がピークに達して，増加傾向が無くなる．
- 波高が増加傾向にある時は, 一つの擾乱周期に対して一つの転波列が形成されるが, ある周期を越える，与えた擾乱の波が分裂し，いくつかの波長の転波列が形成されることが確認された．

参考文献

1) Iwasa, Y.: The criterion for instability of steady uniform flows in open channels, *Memoirs of the Fac. Eng.*, Kyoto University, Vol.16, No.4, pp.264-275, 1954.