

2012年9月

# 準脆性材料の損傷プロセスにおける 非均質性と幾何学的非線形性の影響再考

Effects of heterogeneity and geometrical nonlinearity  
on the damage process in quasi-brittle materials

青葉勇樹<sup>1)</sup> 京谷孝史<sup>2)</sup> 寺田賢二郎<sup>3)</sup> 加藤準冶<sup>4)</sup> 車谷麻緒<sup>5)</sup> 樫山和男<sup>6)</sup>

Yuki Aoba, Takashi Kyoya, Kenjiro Terada, Jyunji Kato, Mao Kurumatani, Kazuo Kashiyama

<sup>1)</sup>学生会員 (〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字 青葉 6-6-06, E-mail: aoba@mm.civil.tohoku.ac.jp)

<sup>2)</sup>正会員 東北大学 工学研究科 (〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字 青葉 6-6-06)

<sup>3)</sup>正会員 東北大学 工学研究科 (〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字 青葉 6-6-06)

<sup>4)</sup>正会員 東北大学 工学研究科 (〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字 青葉 6-6-06)

<sup>5)</sup>正会員 茨城大学工学部 都市システム工学科 (〒 316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1)

<sup>6)</sup>正会員 中央大学教授 理工学部土木工学科 (〒 112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

## 1. はじめに

準脆性材料における破壊の数値解析手法のひとつに、損傷を特徴づける微視的欠陥の密度および分布を表すための内部変数を導入した連続体損傷モデルがある。本研究では、この連続体損傷モデルを超弾性モデルに適合させることにより、有限変形を考慮した数値解析によって、ひび割れの進展にともなう準脆性材料の軟化挙動と、破壊に至る損傷プロセスを数値シミュレーションにより再現する。

## 2. 連続体損傷モデルの定式化

本研究では、損傷モデルにおける超弾性構成則を次式で定義する。

$$\sigma = (1 - D) H : \varepsilon \quad (1)$$

ここで、 $\sigma$ はCauchy 応力、 $\varepsilon$ はひずみテンソル、 $H$ は四階の弾性テンソルである。 $D$ は損傷の進展を支配する損傷変数であり、 $D = 0$ のときは損傷が発生せず、 $D = 1$ では材料が完全に剛性を失った状態を表す。本研究では損傷変数には Mazars と Pijaudier-Cabot[2] によって定義された以下の関数を用いる。

$$D(\kappa) = 1 - \frac{\kappa_0}{\kappa} \left( 1 - \alpha + \alpha e^{\beta(\kappa_0 - \kappa)} \right) \quad (2)$$

ここで  $\kappa$  は、最大の等価ひずみ量で閾値をとり、図-1左図に示したように  $\kappa$  は損傷の進展率を支配するパラメータである。また、図-1の左図のように、 $\kappa_0$ の値は弾性境界を示す等価ひずみである。損傷の発生については  $\kappa_0$  と次式に示す等価ひずみ  $\varepsilon_{eq}$  の大小関係を比較することで判定される。

$$\varepsilon_{eq}(I_1, J_2) = \frac{k-1}{2k(1-2\nu)} I_1 + \frac{1}{2k} \sqrt{\frac{(k-1)^2}{(1-2\nu)^2} I_1^2 + \frac{12k}{(1+\nu)^2} J_2}$$

ここで、 $I_1$  はひずみテンソルの第1不変量、 $J_2$  は第2偏差不変量、 $\nu$  はポアソン比、 $k$  は圧縮引張強度比であ

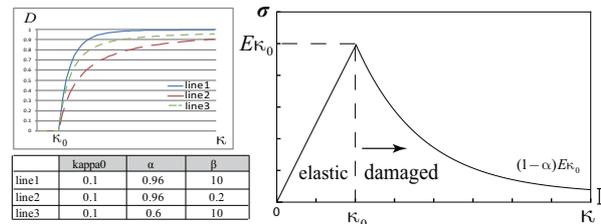


図-1 損傷モデルにおける応力損傷変数関係図

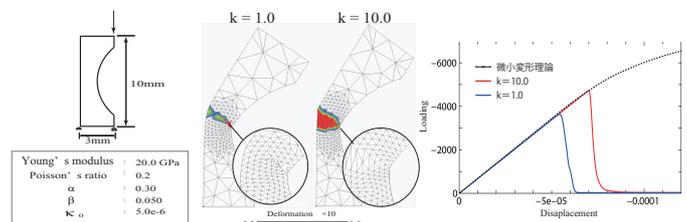


図-2 圧縮問題の数値シミュレーション

る。等価ひずみの評価にはさまざまな定義式があるが、本研究では、圧縮引張強度の違いを評価できる de Vree モデルを用いた。

## 3. 数値シミュレーション例

### (1) 圧縮問題

まず圧縮問題を対象として、本モデルによれば引張・圧縮強度を区別した数値シミュレーションが可能であることを確認する。図-2に示すような圧縮・引張強度比  $k$  の異なる2種類の円形の切欠きを有する構造物に偏心荷重を与える解析を行った。また、微小変形理論を用いた解析結果との比較を通して有限変形を考慮することの重要性を検証する。図-2に各モデルの損傷係数の分布の結果と荷重変位曲線を示した。この結果から、圧縮・引張強度が等しい  $k=1$  のモデルでは圧縮部で損傷によって座屈が生じているのに対し、引張に脆性的な  $k=10$  のモデルでは引張部でのひび割れの進展に

よって座屈が生じていることがわかる。また、グラフに示したように微小変形理論ではピーク応力を再現できないが、有限変形を考慮した本モデルではピーク応力を再現し材料の剛性を評価できる。このように、本モデルでは  $k$  の値を設定することで、圧縮に強く引張に脆性的な準脆性材料の損傷プロセスを再現可能である。さらに、数値シミュレーションにおいて有限変形を考慮することの重要性を示した。

(2) ひび割れ進展問題

ポイドを有する構造を対象として、損傷の進展によるひび割れが成長する過程を再現する。境界条件を考慮して図-3のようにポイドを有する四角形モデルの4分の1を解析の対象とし、縦方向に一軸引張ひずみ0.01%を2000ステップで与えることにより、ひび割れ挙動解析を行う。連続体損傷モデルでは、損傷係数の値の増加に伴い微視的な要素の剛性が減少し、1に漸近した値に達したとき剛性を完全に失ったとみなすことができる。そのため、図-3のように損傷係数の値が1に漸近した要素を白色で表示することで、材料がピーク応力に達したのち、ひび割れが発生し、ステップの増加に伴ってひび割れが進展していく挙動を可視化することができる。さらに、ステップ1100においては、損傷部のみでなく構造の外側の部分での応力値が大きくなっており、損傷の進展が構造全体の挙動に影響を与え、材料が破壊に至るプロセスが再現できているといえる。しかし、連続体損傷モデルを用いたひび割れ進展問題に関する解析では、局所的なひずみの増大が生じるため変形帯の幅は要素寸法に大きく影響を受けることから、計算精度の向上のためにはメッシュ分割を細かくしなければならないことが知られている。要素寸法依存性と計算の収束性は本構造モデルでの一番の課題である。

(3) 均質化法に基づく数値材料試験

最後に、マイクロ構造内部でのひび割れ進展挙動を考慮した、均質化法に基づく数値材料試験の結果を示す。本数値実験では準脆性材料が有する骨材や微細な空隙などの非均質性を、図-4に示したように円形の介在物としてモデル化する。ここでは、介在物では損傷が生じないと仮定して材料パラメータを設定する。この数値試験から図-4に示すような、マクロスケールの真応力と真ひずみの関係の結果が得られた。このように、本研究で提案した損傷モデルを用いることで、マイクロスケールで発生した損傷と有限変形を考慮したマクロ変形強度特性の評価が可能となるといえる。

4. おわりに

本研究では、回転などの有限変形を考慮できる弾性モデルと連続体損傷モデルを組み合わせた新しい構成モデルを提案し、その性能の検証を行った。その結果、引張・圧縮の強度のちがいや有限変形の影響を加味したうえで、ひび割れの進展の解析や、均質化法に基づいたマクロな材料特性の評価が可能であることを示すことができた。

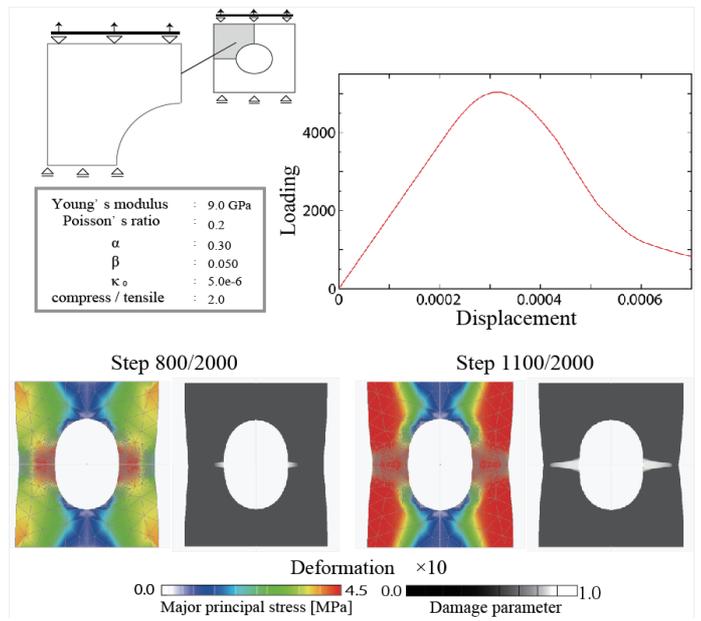


図-3 ポイドを有する構造のひび割れ進展解析結果

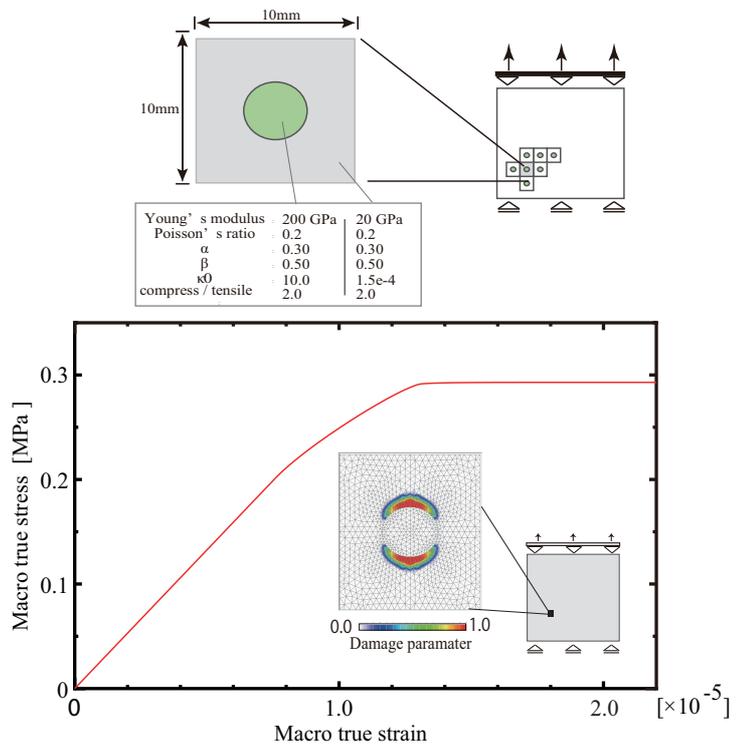


図-4 均質化法に基づく数値材料試験

参考文献

[1] Junji Kato: Material Optimization for Fiber Reinforced Composites applying a Damage Formulation  
 [2] Mazers J., Pijaudier-Cabot G : Continuum damage theory-application to concrete, pp.345-346