

精密小型加振機を用いて計測された周波数伝達関数の時間安定性

東京理科大学 学生員 ○渡邊 和樹
東京理科大学 正会員 佐伯 昌之

1. はじめに

著者らは構造物の振動特性を把握するために、精密小型加振機と無線センサネットワークを用いた構造センシング手法の開発を進めている¹⁾。著者らが開発している構造センシング手法では、精密小型加振機により対象構造物のある周波数帯域で加振し、構造物に配置された無線センサノードで加速度応答を測定する。無線センサノード上でこれを離散フーリエ変換し加振した周波数帯域の周波数応答関数を得ることが出来る。

本研究では、上記のシステムの試作機を用いて室内試験を行い、その結果に対し ARX(Auto-Regressive eXo-geneous)モデル²⁾を適用した。これにより周波数伝達関数を推定し、固有振動数や減衰定数を同定できることを確認した。また、その解析結果から、実験で用いた単純梁の応答が気温と高い相関性をもつことを確認した。

2. 室内試験の概要

本システムを用いて振動特性の同定を行い、システムの時間安定性を検証した。そのために、最も単純化された問題として、図-1 に示す鋼板（一般構造用圧延鋼材 SS400、寸法は 2100 mm × 100 mm × 10 mm）の曲げ変形における 1 次モードの同定を試みた。本実験では時間安定性を検証するために長時間連続で計測できるレーザー変位計を用いた。計測は 2012 年 1 月 14 日～1 月 16 日の 2 日間以上に渡って行った。レーザー変位計の、サンプリングレートは 1kHz、データ長は 10 秒とし、精密小型加振機の加振周波数範囲は 4.5~5.5Hz とした。精密小型加振機とレーザー変位計は単純梁中央に配置した。

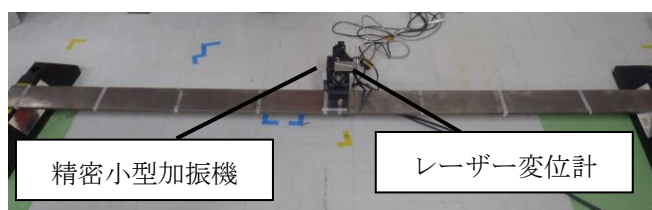


図-1 室内試験の様子

3. ARX モデルを用いた振動特性同定アルゴリズム

本システムでは、構造物の入力と出力が既知となるため、ARX モデル²⁾を適用することができる。本解析では、ARX モデルの入力データは振源関数の時系列波形 $f(t_n)$, ($n = 0, \dots, N-1$) である。一方、出力データは、計測された周波数応答関数を離散逆フーリエ変換して得られる時系列波形 $u(t_n)$, ($n = 0, \dots, N-1$) である。ここで、白色雑音を仮定した外乱項を $\varepsilon(t)$ 、ARX 係数を a_m, b_m , ($m = 1 \sim M$)、 M を予測の次数とすると、このシステムの ARX モデルは、

$$u(t_n) + \sum_{m=1}^M a_m u(t_n - t_m) = \sum_{m=1}^M b_m f(t_n - t_m) + \varepsilon(t_n) \quad (1)$$

となる。なお、予測の次数は AIC(赤池情報量基準)が最小となるものを採用する。式(1)を z 変換し整理することで、システムの周波数伝達関数 $G(z)$ を得る。

$$G(z) = \frac{\sum_{m=1}^M b_m z^{-m}}{1 + \sum_{m=1}^M a_m z^{-m}} \quad (2)$$

ただし $z = e^{i\omega\Delta t}$ であり、 ω は角振動数、 Δt はサンプリング周期である。式(1)の ARX 係数は以下の手順で求めることができる。式(1)を書き換えると、

$$u(t_n) = \vec{\varphi}(t_n)^T \vec{\theta} + \varepsilon(t_n) \quad (3)$$

となる。ただし

$$\vec{\varphi}(t_n) = \{-u(t_n - \Delta t), \dots, -u(t_n - M\Delta t), f(t_n - \Delta t), \dots, f(t_n - M\Delta t)\}^T \quad (4)$$

$$\vec{\theta} = \{a_1, \dots, a_M, b_1, \dots, b_M\}^T$$

である。式(3)に対して最小二乗法を適用し ARX 係数を推定する。推定された ARX 係数を用いて、式(2)の周波数伝達関数の分母がゼロになる点（極）を求め、これを $q(z)$ とする。このとき、固有振動数 f と減衰定数 h は

$$f = \frac{|\log q(z)|}{2\pi\Delta t} \quad (5)$$

$$h = \frac{\log|q(z)|}{2\pi f\Delta t}$$

と表される²⁾。

キーワード：精密小型加振機，無線センサネットワーク，振動解析，周波数伝達関数

連絡先：〒278-8510 千葉県野田市山崎 2641 東京理科大学理工学部土木工学科 TEL：04-7124-1501

4. 振動特性推定精度の検証

ARX モデルを用いて振動特性を推定する際の精度を検証するために、数値シミュレーションを行った。対象とするモデルとして、室内試験で用いる鋼板を想定した単純梁を有限要素にモデル化した。用いる要素は20 節点 2 次要素とし、減衰モデルとして剛性比例型衰を導入し、減衰定数を $h = 0.013$ とした。FEM による計算結果をもとに単純梁中央における変位の時系列(出力)、振源関数の時系列(入力)の計算を行った。その際、室内実験から得られたデータの条件と同等となるように、変位の時系列に対して約 8% のノイズを加えた。変位の時系列波形を 300 セット準備し、それぞれに対し振動特性の推定を行った。解析の回数を 300 回とした理由は、推定値の標準偏差が 300 回で収束したためである。振源関数、変位の時系列から計算される周波数伝達関数に対する曲線適合の結果を図-2 に示す。ここで、曲線適合における残差を計算すると、約 0.3% のずれが生じていることがわかった。また、推定されたパラメータの変動係数は固有振動数、減衰定数ともに 1% 以下であった。変動係数は、固有振動数、減衰定数の理論値に対する推定値の標準偏差の割合(%)である。

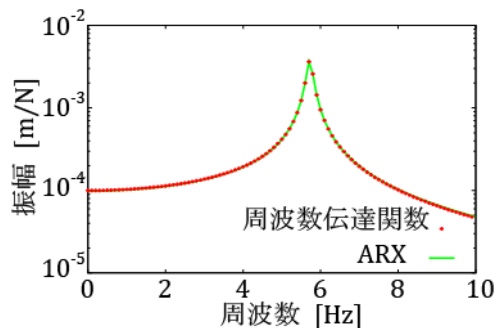


図-2 ARX 法による周波数伝達関数の推定結果

5. 室内試験結果に対する振動特性の同定

鋼板を用いた室内試験結果に対して ARX モデルを適用し周波数伝達関数、振動特性を推定した。図-3 に、推定された周波数伝達関数の振幅のピーク値、固有振動数と、そのときの実験室内の気温の時系列変化を示す。図は上から、振幅のピークと室温、固有振動数と室温の関係で、横軸は実験開始からの経過時間を示す。途中、①と②の記号がある個所は、暖房を入れて室温を急激に上昇させた時と、部屋の窓を開放して室温を急激に下げた時を表す。図-3 を見ると、周波数伝達関数のピーク振幅・固有振動数の時系列変化には、時間遅れがあるが共に温度と相関があることが分かる。時

間遅れが生じる原因として、室温の変化に伴い、遅れて鋼板や支承部の温度が変化するためであると考えられる。本実験の場合、約 7℃ の温度変化に対して、振幅は約 37%、固有振動数は約 2%、減衰定数は約 31% 変化している。ここで、梁の温度依存性について考えると、温度が 21℃ から 7℃ まで変化したときの固有振動数は理論的には約 0.02% 程度の変化であると計算できる。また、精密小型加振機の励起力やレーザー変位計には温度依存性がないことが確認された。したがって、応答に温度依存性が伴う一因として、支承部分のなんらかの変化による影響が考えられるが、現時点ではそのメカニズムは明らかでない。

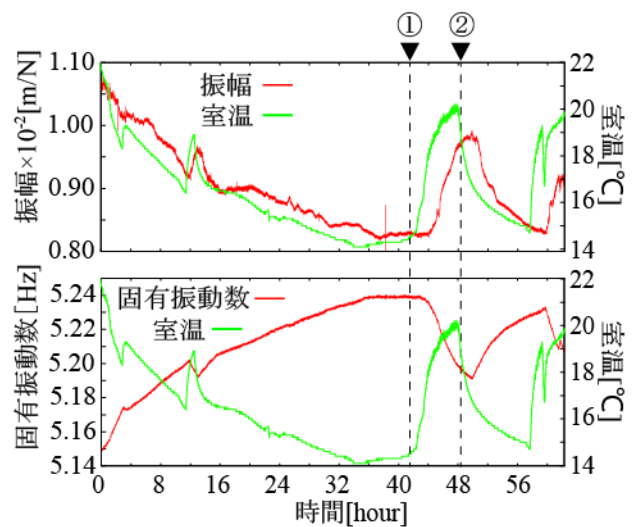


図-3 室温と振幅、振動特性の時系列変化

6. まとめ

本研究では室内試験結果に対して ARX モデルを用いて周波数伝達関数を推定し、固有振動数や減衰定数を同定できることを確認した。また、その解析結果から、実験で用いた単純梁の応答が気温と高い相関性をもつことを確認した。

謝辞

本研究は科学研究費補助金(若手研究(B):22760347)の助成を受けたものである。

参考文献

- 1) 日高ちはる, 斎藤拓馬, 渡邊和樹, 佐伯昌之: 精密小型加振機と無線センサネットワークを結合した周波数応答関数計測手法の基礎的検討, 土木学会論文集 A2, vol. 67, No. 2, I_875-I_883, 2011
- 2) 斎藤知生: モード解析型多入力多出力 ARX モデルを用いた高層建物のシステム同定, 日本建築学会構造系論文集, 第 508 号, 47-54, 1998.