

LESに基づく安定化有限要素法による非等温場風況解析

中央大学大学院 学生員 ○池田 哲也
中央大学 正会員 檜山 和男

1. はじめに

近年、経済社会活動や人口の都市域への過度の集中により、都市部においてヒートアイランド現象が年々顕在化し社会問題となっている。これらの対策として進められている屋上緑化などの屋外温熱環境緩和手法の効果を定量的に評価することは極めて重要である。

本研究では、Smagorinsky モデル¹⁾に基づく LES の安定化有限要素法²⁾解析手法を提案し、非等温場における本手法の精度検証を既存の実験結果³⁾及び RANS (改良 LK モデル) による計算結果⁵⁾を比較の基に行った。

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式

非等温場における非圧縮性粘性流体を考え、Boussinesq 近似を仮定する。フィルタリングおよび無次元化を施した、Grid Scale (GS) の運動方程式、連続式、エネルギー方程式はそれぞれ式 (1), (2), (3) で表される。

運動方程式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - Ar \bar{\theta} \delta_{i3} = 0 \quad (1)$$

連続式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

エネルギー方程式；

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} - \frac{1}{Pr Re} \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_j^2} + \frac{\partial h_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (4)$$

$$h_j = \bar{u}_j \bar{\theta} - \bar{u}_j \bar{\theta} \quad (5)$$

ここで、 $\bar{u}_i$, $\bar{p}$, $\bar{\theta}$ はそれぞれフィルタリングを施した流速、圧力、温度である。 $Ar (= -g\beta(\theta_w - \theta_c)L/U)$ は Archimedes 数を表している。但し、 U は代表流速、 L は代表長さ、 ν は動粘性係数、 g は重力加速度、 α は温度拡散係数、 β は体膨張係数、 $(\theta_w - \theta_c)$ は代表温度差をそれぞれ表している。また、 τ_{ij} , h_j は SubGrid Scale (SGS) 応力、 h_j は SGS 熱流束を表す。格子で捉えきれない SGS の乱れによる GS の流れ場への影響は、 τ_{ij} を通じて GS の運動方程式に組み込まれる。

(2) Smagorinsky モデル

Smagorinsky モデルは、SGS 応力 τ_{ij} に対するモデル化の中で最も代表的なものである。乱流エネルギーの収支において生産項と散逸項が釣り合うという局所平衡状態を仮定すると、SGS 応力は以下のようにモデル化される。

$$\tau_{ij} = -2\nu_{SGS} \bar{S}_{ij} \quad (6)$$

$$\nu_{SGS} = (C_s f_s \Delta)^2 \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \quad (7)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (8)$$

$$\Delta = V_e^{\frac{1}{3}} \quad (9)$$

$$h_j = -\alpha_{SGS} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} = -\frac{\nu_{SGS}}{Pr_{SGS}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} \quad (10)$$

ν_{SGS} は渦粘性係数、 $\bar{S}_{ij}$ は GS の変形速度テンソル、 C_s は Smagorinsky 定数、 Δ はフィルター幅であり 4 面体要素の体積 V_e の 3 乗根で定義する。また、 α_{SGS} は SGS 温度拡散係数、 Pr_{SGS} は SGS プラントル数である。 f_s は式 (24) に示す Van Driest の壁面減衰関数であり、SGS 応力が壁面に近づくにつれ 0 に漸近させるために乗ずる。

$$f_s = 1 - \exp \left(-\frac{y^+}{A^+} \right) \quad (11)$$

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \quad (12)$$

y^+ は壁座標、 u_τ は壁面摩擦速度、 A^+ は無次元定数で 25 で与えた。Dirichlet 型、Neumann 型の境界条件は、以下のように与えられる。

$$\bar{u}_i = g_i \quad \text{on} \quad \Gamma_g \quad (13)$$

$$\left\{ -\bar{p}\delta_{ij} + 2 \left(\frac{1}{Re} + \nu_{SGS} \right) \bar{S}_{ij} \right\} n_j = h_i \quad \text{on} \quad \Gamma_h \quad (14)$$

$$\bar{\theta} = \theta \quad \text{on} \quad \Gamma_\theta \quad (15)$$

$$\left(\frac{1}{Pr Re} + \alpha_{SGS} \right) \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} = \hat{\theta} \quad \text{on} \quad \Gamma_{\hat{\theta}} \quad (16)$$

(3) 安定化有限要素法

基礎方程式 (1), (2) に対して SUPG/ PSPG 法, (3) に対して SUPG 法に基づく安定化有限要素法を適用し、P1/P1(流速・圧力 1 次) 要素を用いて空間方向の離散化を行った。

時間方向の離散化には 2 次精度を有する Crank-Nicolson 法を用いた。移流項における移流速度 $\bar{u}_i$ は 2 次精度 Adams-Bashforth 法により近似した。なお、連続式、圧力は陰的に取り扱っている。連立 1 次方程式の解法には Element-by-Element Bi-CGSTAB2 法を用いた。

KeyWords： 安定化有限要素法, エネルギー方程式, Smagorinsky モデル

連絡先： 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL 03-3817-3421 FAX 03-3817-1815

3. 数値解析例

非等温場における本手法の精度検証を行うため、地表面高温領域周辺気流解析を行い、既存の実験結果³⁾および RANS に基づく計算結果⁵⁾との比較を行った。図-1 に解析領域、表-1 に境界条件を示す。本解析に用いたメッシュは、 x, y, z 方向に $64 \times 30 \times 42$ 分割、最小メッシュ幅は $4.43 \times 10^{-2}L$ の不等分割メッシュを用いた。また、Reynolds 数は 2.9×10^4 、Archimedes 数は 1.21、SGS-Prantdl 数は 0.5、微小時間増分量は 1.0×10^{-3} とした。地表面発熱面において $\theta=1.0$ を境界条件として与えた。

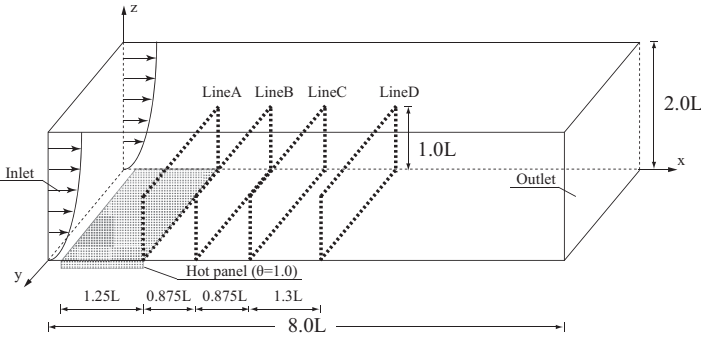


図-1 解析領域

表-1 境界条件

流入境界	$\bar{u} = z^{\frac{1}{4}},$ $\bar{v} = \bar{w} = \bar{\theta} = 0.0$
流出境界	Traction-free 条件
上面	slip 条件
底面	流速 linear - 1/7 power law 温度 Hot panel 上では $\bar{\theta} = 1.0$

(1) 解析結果

図-2 に、各断面 (A~D) での平均温度、及び水平方向平均流速の分布を示す。温度分布は、RANS (Viollet 型と Rodi 型) を用いた場合では底面近傍の温度を過大に評価しているのに対し、本解析では実験結果と良好に一致している。水平方向流速については、RANS では $z = 0.5$ 以下で実験結果よりも過小に評価し、特に Rodi 型ではその傾向がより顕著に見られた。LES を用いた場合、断面 A・B では RANS と同様に過小評価しているが、断面 C・D では若干の改善が見られた。

4. おわりに

本報告では、都市の大気環境流れ解析手法の構築を目的とし、Smagorinsky モデルに基づく LES の解析手法の精度検証を行った。数値解析例として、地表面高温領域周辺気流解析を取り上げ、既存の実験結果及び RANS による計算結果と比較を行った。その結果、以下の結論を得た。

- 温度、流速分布は既存の実験結果および計算結果と

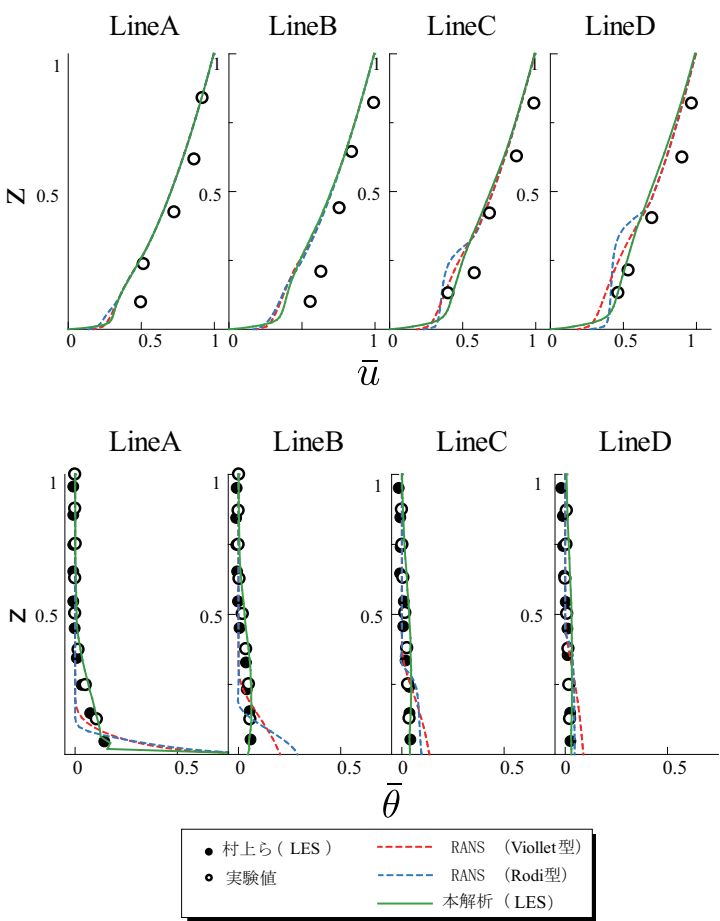


図-2 各断面における水平方向平均流速、平均温度の分布

若干の差異が見られるものの、良好な一致を示した。

- RANS (改良 LK モデル) に比べ LES の方が精度のよい結果を示した。

今後の課題として、熱収支を考慮した解析等が挙げられる。

参考文献

- 1) J.Smagorinsky:General Circulation experiments with the primitive equations I. the basic experiment, *Monthly Weather Review*, 91, pp.99-164, 1963.
- 2) T.E.Tezduyar:Stablized finite element formulations for incompressible flow computations, *Advance in Applied Mechanics*, 28, pp.1-44, 1992.
- 3) 村上周三, 大場正昭:床面に温度差のある成層流の気流性状並びに拡散に関する風洞実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.213-218, 1977.
- 4) 野口康仁, 村上周三, 持田灯, 富永禎秀:LES, $k-\varepsilon$ モデルによる地表面高温領域周辺の成層流の解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.779-780, 1993.
- 5) 池田哲也, 檜山和男:安定化有限要素法による改良 $k-\varepsilon$ モデルを用いた地表面高温領域周辺気流解析, 第 39 回土木学会関東支部技術研究発表会講演概要集, I - 9, 2012.
- 6) 村上周三, 持田灯, 林吉彦:立方体周辺の非等方乱流場の再現に関する $k-\varepsilon$, ASM, LES と風洞実験の比較, 生産研究 (東京大学生産技術研究所所報), 43(1), pp.27-35, 1991.