## 直交座標系と剛性行列を用いた水平成層弾性体の動的グリーン関数とその検証

卓耶	〇川口	学生会員	宮崎大学大学院
隆典	原田	正会員	宮崎大学
一博	吉田	非会員	清水建設株式会社
勇志	粟田	非会員	宮崎大学大学院

### 1. 目的

本論文では、半無限弾性体上に乗る1層弾性体を対象として、直交座標系と剛性行列を用いた水平成層弾性体の3次元動的グリーン関数の定式化を示し、その2重高速フーリエ変換(2DFFT)による数値計算結果をLuco and Apsel (1983)<sup>1)</sup>による円筒座標系と反射・透過行列法並びに、軸対称有限要素法による数値解析結果<sup>2)</sup>と比較し、本手法の検証例を示すものとする.

# 2. 直交座標系と剛性行列を用いた水平成層弾性体 の3次元動的グリーン関数

3 次元水平成層弾性体における振動数領域のグリ ーン関数は以下のようになる.(定式化の詳細は参考 文献3)を参照)

$$g_{kl}(x, y, z, \omega; x_{so}, y_{so}, z_{so})$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2} \iint G_{kl}(\kappa_x, \kappa_y, \omega, z; x_{so}, y_{so}, z_{so}) \qquad (1)$$

$$\times e^{i[\kappa_x(x-x_{so})+\kappa_y(y-y_{so})-\omega t]} d\kappa_x d\kappa_y$$

ここに、 $G_{kl}(z;z_{so}) \equiv G_{kl}(\kappa_x,\kappa_y,\omega,z;x_{so},y_{so},z_{so})$ は式(2) で与えられる剛性行列による 2 次元問題である P・SV 波と SH 波の 2 次元水平成層弾性体の以下の 5 つのグ リーン関数を式(3)に代入して求められる.

SH 波のグリーン関数:

$$G_{y'y'}(z;z_{so}) \equiv G_{y'y'}(\kappa, z, \omega; z_{so})$$
(2a)

P・SV 波のグリーン関数:

$$\begin{split} G_{x'x'}(z;z_{so}) &\equiv G_{x'x'}(\kappa,z,\omega;z_{so}) \\ G_{zz'}(z;z_{so}) &\equiv G_{zx'}(\kappa,z,\omega;z_{so}) \\ G_{x'z}(z;z_{so}) &\equiv G_{x'z}(\kappa,z,\omega;z_{so}) \\ G_{zz}(z;z_{so}) &\equiv G_{zz}(\kappa,z,\omega;z_{so}) \end{split}$$
(2b)

x軸方向荷重によるグリーン関数 $G_{xx}$ , $G_{yx}$ , $G_{zx}$ の場合:

$$\begin{pmatrix} G_{xx}(z;z_{so}) \\ G_{yx}(z;z_{so}) \\ G_{zx}(z;z_{so}) \end{pmatrix} = \frac{1}{\kappa^2} \begin{pmatrix} \kappa_x^2 & \kappa_y^2 & 0 \\ \kappa_x \kappa_y & -\kappa_x \kappa_y & 0 \\ 0 & 0 & \kappa^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{x'x'}(z;z_{so}) \\ G_{y'y'}(z;z_{so}) \\ G_{zx'}(z;z_{so}) \end{pmatrix}$$
(3a)

y軸方向荷重によるグリーン関数 $G_{xy}, G_{yy}, G_{zy}$ の場合:

$$\begin{pmatrix} G_{xy}(z; z_{so}) \\ G_{yy}(z; z_{so}) \\ G_{zy}(z; z_{so}) \end{pmatrix} = \frac{1}{\kappa^2} \begin{pmatrix} \kappa_x \kappa_y & -\kappa_x \kappa_y & 0 \\ \kappa_y^2 & \kappa_x^2 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa \kappa_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{x'x'}(z; z_{so}) \\ G_{y'y'}(z; z_{so}) \\ G_{zx'}(z; z_{so}) \end{pmatrix} (3b)$$

z軸方向荷重によるグリーン関数 $G_{xz}$ , $G_{yz}$ , $G_{zz}$ の場合:

$$\begin{pmatrix} G_{xz}(z;z_{so}) \\ G_{yz}(z;z_{so}) \\ G_{zz}(z;z_{so}) \end{pmatrix} = \frac{1}{\kappa} \begin{pmatrix} \kappa_x & \kappa_y & 0 \\ \kappa_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{x'z}(z;z_{so}) \\ 0 \\ G_{zz}(z;z_{so}) \end{pmatrix}$$
(3c)

なお、5 つのグリーン関数  $G_{k'l'}(z, z_{so})$ は、剛性方程式 において、 $z = z_{so}$ における深さの外力項  $q_{l'}$ を1とお いて剛性方程式を解いて深さ z の変位として求めら れる <sup>3),4)</sup>.

#### 3. 数値計算例による検証

数値計算例として、図-1のような3次元1層弾性 体(層厚と地盤物性値は表-1に示す)の表面荷重点 1 と内部荷重点2 による動的グリーン関数  $g_{kl}(x,y,z,\omega;x_{so},y_{so},z_{so})$ を式(1)の波数に関する2重フ ーリエ変換により求め、その結果をLuco and Apsel (1983)<sup>1)</sup>による円筒座標系と反射・透過行列法並びに、 軸対称有限要素法による数値解析結果<sup>2)</sup>と比較し、本 手法の検証例を示すものとする.なお本論文では、式 (1)に示すように調和振動 $e^{-i\omega t}$ を仮定しているが、比 較で用いる2 つの方法では $e^{i\omega t}$  の方に合わせている.

キーワード 動的グリーン関数,剛性行列,直交座標系,円筒座標系連絡先 〒889-2192 宮崎県宮崎市学園木花台西1-1 宮崎大学工学部土木環境工学科 TEL0985-58-7325

-453-



表-1 計算で用いた3次元1層限弾性体の物性値と層厚

物性	直	表層地盤	半無限地盤
表層地盤厚H	[m]	20.0	
P波速度	[m/s]	244.9	663.3
S波速度	[m/s]	100.0	200.0
密度	[kg/m <sup>3</sup> ]	1700.0	1800.0
ポアソン比		0.40	0.45
Q値		17	50

図-1 解析モデルと荷重点と観測点の位置関係



図-2 荷重点1による観測点1の変位成分の比較 (実線と点線は実数部と虚数部,黒:FEM<sup>2)</sup>,赤:Luco and Apsel<sup>1)</sup>の方法,青:本論文の方法)

計算で用いる3次元1層弾性体の荷重点と観測点は 図-1に示す位置とする.荷重点には1(tonf)の荷 重を作用させるものとし,図-1の荷重点1と2にそ れぞれ水平荷重と上下荷重を作用させ,観測点1と2 の水平と上下変位(m)を比較する.本論文では紙面 の都合上,荷重点1による観測点1の変位成分の比較 結果のみを示している.図-2は,荷重点1(地表面 荷重)の水平と上下荷重による観測点1の水平と上下 変位(m)を比較した結果を示す.図-2に示す観測 点1では,6Hz以上の高振動数領域でFEMの結果<sup>2)</sup> は,Luco and Apselの波数積分<sup>1)</sup>と本論文の方法とわ ずかに違っているが,Luco and Apselの方法<sup>1)</sup>と本論 文の方法の結果は全振動数領域でよく一致している.

#### 4. まとめ

これまでの3次元水平成層弾性体における動的グ リーン関数は、円筒座標系と伝達行列や反射・透過行 列によって求める方法のみであったが、本論文では、 新たに、直交座標系と対称剛性行列から3次元動的グ リーン関数を求める方法を求める方法を提案したも のである.本論文の動的グリーン関数は、直交座標系 と2重フーリエ変換を用いているため、円筒座標系の 波動方程式やベッセル関数等の知識無しに、簡単な振 動数・波数領域の代数計算から、震源断層による地震 動や外力による水平成層弾性体内の波動伝播解析が できる特徴を有する.

#### 参考文献

- 1) Luco, J. E. and Apsel, R. J. : On the Green's functions for a layered half-space, Part I, Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 73, pp.909-929, 1983.
- 2) 吉田一博:半無限弾性地盤上の矩形基礎の各種の動的地盤ばねについて,日本建築学会論文報告集,第457 号, pp. 19-28, 1994.
- 3) 原田隆典,松田良介,中村真貴,粟田勇志:直交座標系とフーリエ変換を用いた水平成層弾性体の動的グリーン関数,土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.67, No.2, pp.I\_915-I\_924, 2011.
- 4)原田隆典:海洋および内陸型地震の震源域における長大構造物の応答特性の評価とその予測法,平成13年 ~平成15年度科学研究費補助金基盤研究(C)(2)研究成果報告書,宮崎大学工学部,宮崎大学学術情報リポジ トリー,<u>http://hdl.handle.net/10458/1053</u>, 2004.