

コンクリート材料劣化予測シミュレータ開発に向けた基礎検討

九州大学大学院 学生会員 ○渡邊 茜
九州大学大学院 正会員 浅井 光輝
九州大学大学院 正会員 園田 佳巨

1. 目的

コンクリート構造物の経年劣化の要因は、中性化・アルカリシリカ反応・塩害等様々である。その多くは力学的要因と化学的要因が複雑に連成しており、劣化メカニズムを詳細に把握したうえで合理的な対策することは非常に困難である。そこで、コンクリート内部での物質の浸透・拡散現象と同時に亀裂、はく離等の損傷現象を再現可能なシミュレータの開発を目指す。本研究では、その準備段階として非定常拡散問題の有限要素法を用いて物質の浸透・拡散解析について基礎検討を行った。具体的には、時間積分法として2次ルンゲ-クッタ法、クランク-ニコルソン法、後退オイラー法を用いた有限要素法による結果を比較・検証する。

2. 定常型拡散方程式

定常拡散方程式の有限要素離散式を導出する。まず、拡散方程式を弱形式化することで次式を得る。

$$\int (\nabla \mathbf{w})^T \mathbf{K} \nabla c d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{w} \left(\frac{\partial c}{\partial t} \right) d\Omega + \int_{\Gamma_f} \mathbf{w} \bar{J} d\Gamma - \int_{\Omega} \mathbf{w} s d\Omega \quad (1)$$

次に、式(1)を有限要素近似し、各節点でのイオン濃度 c を求めるものとする。さらに、濃度分布が定常になったと仮定すれば、時間微分項を消去でき、次の定常拡散方程式を得る。

$$\mathbf{K} \mathbf{c} = \mathbf{f} \quad (2)$$

なお、非定常拡散方程式を解くには、後述する時間微分項の近似方法、および時間積分法について別途議論する必要がある。

3. 非定常型拡散方程式

定常型の拡散方程式の導出を示したが、ほぼすべての現象は時間とともに変化する非定常型の現象であり、コンクリート内の物質の浸透・拡散においても例外ではない。そこで、非定常型拡散方程式についての有限要素方程式の導出を行う。拡散方程式の弱形式である式(1)の時間項を残したまま離散化を行うと式(3)が得られる。

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{c}} + \mathbf{K} \mathbf{c} = \mathbf{f} \quad (3)$$

ここで $\mathbf{M} = \int \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\mathbf{x}$ である。ここで濃度の時間微分項について時間積分法を用いる。時間積分法には様々な手法がある。本研究では、2次ルンゲ-クッタ法、クランク-ニコルソン法、後退オイラー法を用いた際の結果を比較・検討することで、非定常拡散解析に適した時間積分法の選別を試みた。

3.1 2次ルンゲ-クッタ法

一般的に、ルンゲ-クッタ法による時間積分法は、計算精度は良いが計算量が多く、計算に時間がかかる。とされている。2次ルンゲ-クッタ公式に従い時間積分を行えば、最終的に解く式は次のようになる。¹⁾

$$\mathbf{c}_{n+1} = \mathbf{M}^{-1} \left\{ (\mathbf{M} - \Delta t \mathbf{K} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{K} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}) \mathbf{c}_n + (\Delta t \mathbf{I} - \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{K} \mathbf{M}^{-1}) \mathbf{f}_n \right\} \quad (4)$$

各時間ステップにおいて、 $\mathbf{M}$ 行列を係数行列とした連立一次方程式を3度解く必要があるが、 $\mathbf{M}$ 行列を対角化すれば計算負荷を軽くできる（構造解析の陽解法に相当）。

3.2 クランク-ニコルソン法

濃度の時間微分項を中央差分により近似すれば、次の時間ステップにおける濃度は次式により求められる。

$$\mathbf{c}_{n+1} = (2\mathbf{M} + \Delta t \mathbf{K})^{-1} \{ 2\nabla \mathbf{f} + (2\mathbf{M} - \Delta t \mathbf{K}) \mathbf{c}_n \} \quad (5)$$

この時間積分法はクランク-ニコルソン法と呼ばれるものである。比較的高精度な積分法であるが、数値的振動が減衰しにくいという欠点をもつと指摘されている。

3.3 後退オイラー法

最後に後退オイラー法による数値積分法を整理する。この方法は、前者と比べて数学的には時間積分の精度はあまり期待できないが、数値不安定を起こさないといった特徴がある。濃度の時間微分を後退差分により近似すれば、次の時間ステップでの濃度は次式により求められる。

$$\mathbf{c}_{n+1} = (\mathbf{M} + \Delta t \mathbf{K})^{-1} (\Delta t \mathbf{f} + \mathbf{M} \mathbf{c}_n) \quad (6)$$

キーワード ASR, 非定常拡散解析, 時間積分法

連絡先 〒819-0395 福岡市西区元岡 744 番地

九州大学 TEL 092-802-3370

4. 3次元コンクリートモデルでの浸透・拡散解析

図-1 に示す 3 次元コンクリートモデルを用い、各時間積分法の特徴・精度を比較する。なお、図-1 に示す解析モデルは、100mm 立方の実際のコンクリートを研磨し、断面をスキャンした画像から作成したものである。要素は 1 辺 1mm のボクセル要素であり、総要素数は 100 万要素である。解析条件として、暫定的にモルタル、骨材の拡散係数をそれぞれ $1.0\text{m}^2/\text{sec}$ 、 $1.0 \times 10^{-4}\text{m}^2/\text{sec}$ とし、時間刻みは 0.5 sec と設定した。境界条件として、yz 平面($x=1$)に濃度 1.0 g/m^3 を与え続けるものとし、濃度の時間変化を評価した。

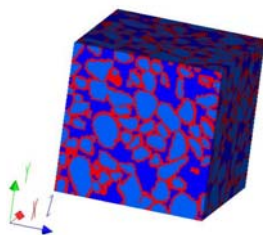


図-1 3D コンクリートモデル

解析結果を図-2、図-3、図-4 に示す。なお、2 次のルンゲ-クッタ法のみ、時間刻みを 0.5sec とすると解が発散したため、時間刻みを 0.01sec とした。M 行列の対角化を行ったためか、ルンゲ-クッタ法では材料の非均質性の識別が困難のようであり、骨材内部までほぼ同時に物質が浸透してしまい、最終的に定常解には収束しなかった。クランク-ニコルソン法と後退オイラー法では有意な差は見られず、はじめに骨材部分を避けて物質が浸透し、時間差が生じて段階的に骨材にも浸透していく様子が表現できた。

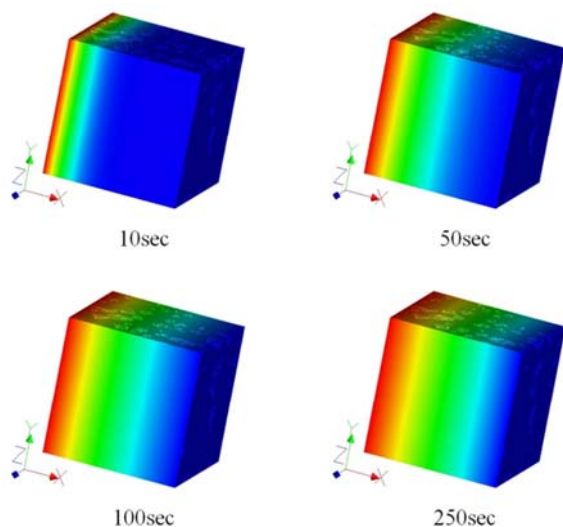


図-2 2 次ルンゲ-クッタ法を用いた際の非定常解

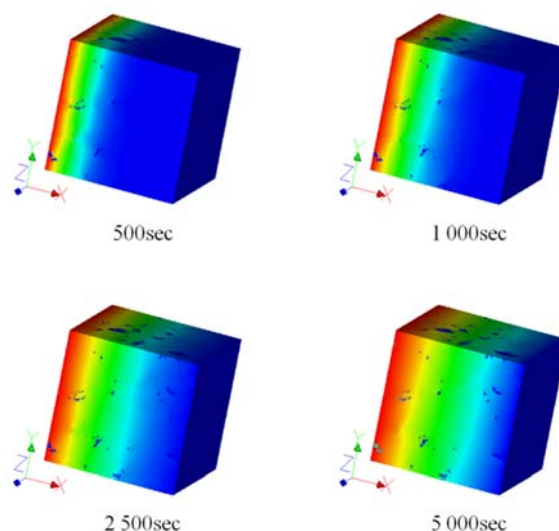


図-3 クランク-ニコルソン法を用いた際の非定常解

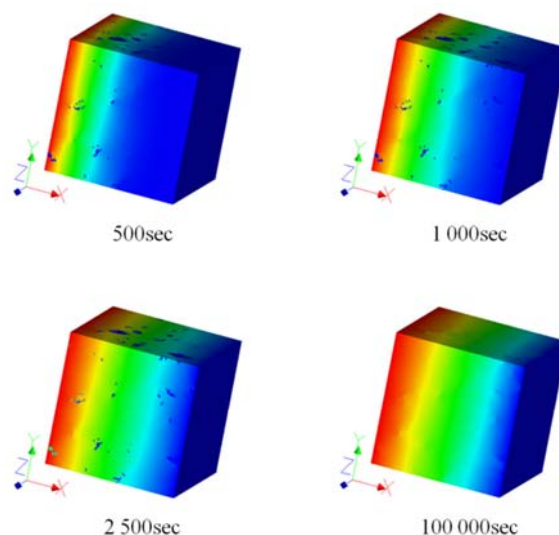


図-4 後退オイラー法を用いた際の非定常解

5. 結論

本研究では、コンクリート材料中のイオン拡散現象を予測するために、非定常拡散問題の数値解析法の精度を確認した。2 次ルンゲ-クッタ法は時間増分によっては数値不安定性が生じるうえに、小さな時間刻みを用いても非均質な媒体内の拡散現象を正確に表すことはできなかった。クランク-ニコルソン法と後退オイラー法は解析結果に大きな差は見られなかったが、クランク-ニコルソン法では時間刻みを大きくすると解の振動が確認された。以上の考察より、今後、非定常拡散問題の時間積分法としては後退オイラー法を選択し、反応-膨張に伴う材料劣化の数値解析法へと発展させる予定である。

参考文献

- 1) B.Carnahan, H.A.Luther, J.O.Wilkes : 計算機による数値計算法, 科学技術出版社, 1982