

CIP 法による室内音場解析

中央大学大学院	学生員	○ 守屋 陽平
中央大学	正会員	檜山 和男
清水建設		谷川 将規
建設環境研究所	正会員	志村 正幸

1. はじめに

近年, コンピュータのハードウェアの進歩により境界要素法や FDTD 法, CIP 法^{1) 2)} 等による波動音響理論に基づく高精度な音場解析手法が提案されている.

本論文では, 波動音響理論に基づく高精度な音場解析手法の構築を行うために, 近年注目されている CIP 法に着目する. そして, CIP 法を 3 次元音場のベンチマーク問題に適用し, 厳密解及び FDTD 法との比較により精度検証を行う.

2. 支配方程式と CIP 法の定式化

(1) 支配方程式と特性曲線法

空気中の波動伝搬は, 運動方程式 (1) と連続式 (2) で表され, 1 次元の場合は次式のようになる³⁾.

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

ここで, p は音圧 [Pa], u は粒子速度 [m/s], ρ は空気密度 [kg/m³] である. 式 (1) に音速 c [m/s] を掛け, 式 (2) との和と差を作ると

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c u + p) + c \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u + p) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c u - p) - c \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u - p) = 0 \quad (4)$$

のようになる.

一般に $\partial_t f + c \partial_x f = 0$ の形の方程式を移流方程式と呼び (微分演算子 $\partial_x = \partial/\partial x$), 一般解は一般の関数 f を用いて $f(x - ct)$ で表わされるため, 特性曲線 $x - ct = k$ 上で常に $f(k)$ となる. ここで

$$f_x^+ = \rho c u + p \quad (5)$$

$$f_x^- = \rho c u - p \quad (6)$$

とすると, 式 (3) と (4) は次式のようになる.

$$\frac{\partial}{\partial t} f_x^+ + c \frac{\partial}{\partial x} f_x^+ = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} f_x^- - c \frac{\partial}{\partial x} f_x^- = 0 \quad (8)$$

式 (7) は f_x^+ が正方向に, 式 (8) は f_x^- が負方向にそれぞれ速さ c で伝搬する移流方程式であり, f_x^+, f_x^- を特性曲線に沿って移流させることで次ステップの値が求まる. この際 2.3 の CIP 補間により移流元の値を求める. p と u は, 式 (5) と (6) によって次式のように求めることができる.

$$p = \frac{1}{2}(f_x^+ + f_x^-) \quad (9)$$

$$u = \frac{1}{2\rho c}(f_x^+ - f_x^-) \quad (10)$$

(2) CIP 補間

CIP 法は, 特性曲線に沿って物理量を移流させる移流方程式の高精度解法であり, 移流させる物理量を求める際には, 微分値も用いた CIP 補間と呼ばれる補間を行う. 格子点での物理量と微分値から 3 次多項式を用いて滑らかに内挿することで, 厳密解のプロファイルを比較的よく維持できる. 式 (7), (8) の両辺を x で微分した式 (11), (12) も移流方程式を満たす³⁾.

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x} f_x^+ + c \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} f_x^+ = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x} f_x^- - c \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} f_x^- = 0 \quad (12)$$

3 次多項式の未知数決定には, 格子点における f_x^+, f_x^- に加え $\partial_x f_x^+, \partial_x f_x^-$ を用いる.

(3) 多次元への応用

多次元問題は, 1 次元 CIP 法をそれぞれの方向に拡張する. 2 次元の場合は, 式 (7), (8) に加え, y 方向の移流方程式 (13), (14) を解くことにより求める¹⁾.

$$\frac{\partial}{\partial t} f_y^+ + c \frac{\partial}{\partial y} f_y^+ = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} f_y^- - c \frac{\partial}{\partial y} f_y^- = 0 \quad (14)$$

ここで, v は y 方向の粒子速度, $f_y^+ = \rho c v + p$, $f_y^- = \rho c v - p$ である. 図-1 に示すように, 斜め方向へは式 (7), (8) により x 方向へ (図中左上), 式 (13), (14) により y 方向へ (図中右上) と方向分離を行い移流させる.

すなわち, 2 次元の場合は f, f_x, f_y, f_{xy} の計 4 個の独立変数を用い, 3 次元の場合も同様の考え方に基づき $f, f_x, f_y, f_z, f_{xy}, f_{xz}, f_{yz}, f_{xyz}$ の計 8 個の独立変数を用いることにより, 微分値においても CIP 補間を適用し, 移流させることによって多次元化を実現する.

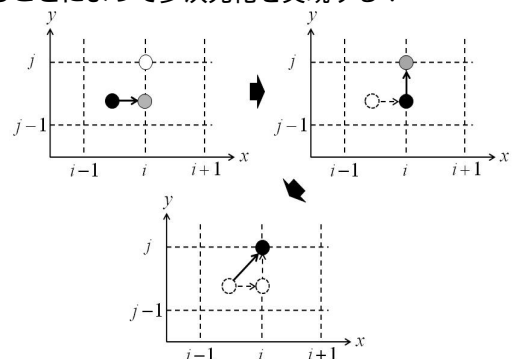


図-1 方向分離

KeyWords: CIP 法, 音場, 反射

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: moriya@civil.chuo-u.ac.jp

3. 数値解析例

(1) 開空間における3次元伝搬問題⁴⁾

解析領域は図-2に示すものであり、空間離散化幅を2mm、時間離散化幅を0.0026ms(CFL=0.45)、音源Sを(0.1,0.2,0.2)m、受信点Rを(0.3,0.2,0.2)mに設定する。

$$p(r) = \exp\left\{-\left(\frac{r}{d}\right)^2\right\} \quad (15)$$

初期の音圧分布は式(15)のGauss分布とし、 r は波源点からの距離を表し、 d は音源の幅を与える定数であり0.01mとする。これは格子間隔に比べて音圧分布が急峻であり、高い周波数成分まで含んだ波源である。また、媒質密度 ρ は1.21kg/m²、音速 c は342.57m/s、境界条件は自由境界とし、境界からの反射波が受信点に影響しない0.78msまで計算を行う。

図-3に $z=0.2$ mの面における音圧の伝搬の様子($t=0.52$ ms)を、図-4に受信点での解析結果を示す。図よりCIP法の解析結果はFDTD法(文献[4]参照)と比較して厳密解と良い一致を示していることがわかる。また、CIP法はFDTD法に比べて高周波成分に対しても計算精度が高いことがわかる。

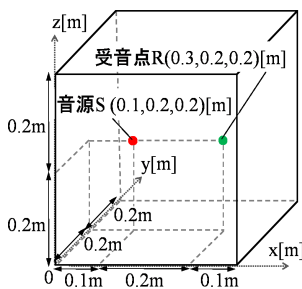


図-2 伝搬問題の解析領域

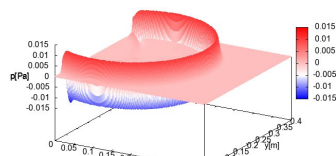


図-3 伝搬の様子 ($t=0.52$ ms)

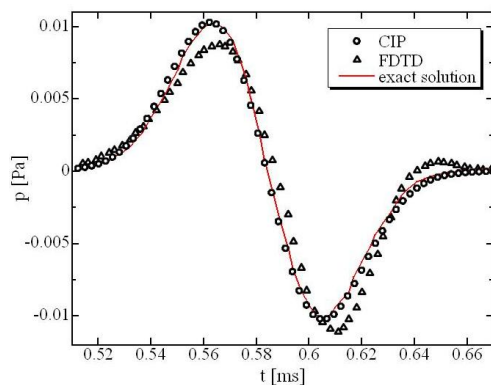


図-4 伝搬問題の解析結果

(2) 閉空間における3次元室内音場問題³⁾

解析領域は図-5に示すものであり、空間離散化幅を33mm、時間離散化幅を0.05ms(CFL=0.52)、音源Sを(0.5,0.5,0.5)m、受信点Rを(1.0,0.0,0.0)mに設定する。媒質密度、音速は(1)と同様とし、初期の音圧分布では $d=0.13$ mとする。これは(1)と比べ音圧分布の変化が緩やかな波形である。また立方体剛壁室を仮定して境界条件は完全反射境界とし、100msまで計算を行う。

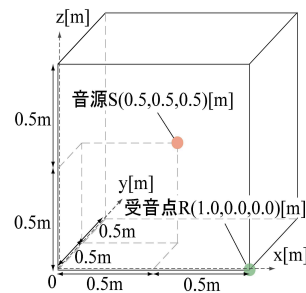


図-5 室内問題の解析領域

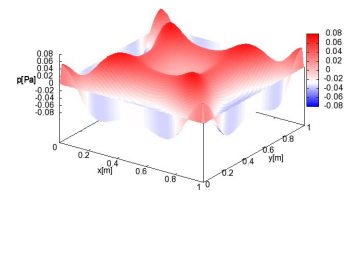


図-6 反射の様子 ($t=6.5$ ms)

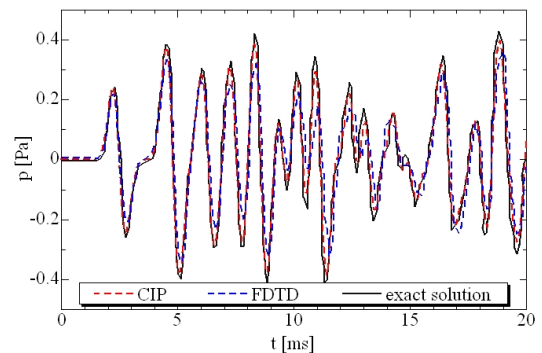


図-7 室内問題の解析結果

図-6に $z=0.5$ mの面における音圧の反射の様子($t=6.5$ ms)を、図-7に受信点での解析結果を示す。図より、両手法ともに厳密解と良い一致を示しているが、CIP法の方がFDTD法(文献[3]参照)と比較してピーク値を精度良く捉えられていることがわかる。

4. おわりに

本論文では、CIP法による音場解析手法の構築を目的とし、3次元音場のベンチマーク問題を取り上げ精度検証を行い、以下の結論を得た。

- 3次元伝搬問題において、厳密解とほぼ同様の結果が得られ、高精度に音場解析が行えることが確認できた。また、高周波成分を含む波形に対して、FDTD法と比べて計算精度が高いことが確認できた。
- 3次元室内音場問題において、厳密解とほぼ同様の結果が得られ、FDTD法と比べて高精度に反射を有する音場解析が行えることが確認できた。

今後は、複雑な幾何形状を有する音場問題に取り組んでいく予定である。

参考文献

- 1) 矢部孝, 内海隆行, 尾形陽一: CIP法—原子から宇宙までを解くマルチスケール解法—, 森北出版, 2007.
- 2) 矢部孝, 尾形陽一, 滝沢研二: CIP法とJavaによるCGシミュレーション, 森北出版, 2007.
- 3) 太刀岡勇気, 佐久間哲哉: CIP法による時間領域音場解析に関する研究: 東京大学大学院修士論文, 2008.
- 4) 斉藤 亮平, 西方 敦博: CIP法とFDTD法による球面音波伝搬解析の性能, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J89-A, No.6, pp.576-580, 2006, 6.