

半無限地盤・走行車輪・軌道連成系の定常応答特性に関する研究

新潟大学大学院自然科学研究科 学生員 高野 祐紀
 新潟大学工学部建設学科 正会員 阿部 和久
 新潟大学大学院自然科学研究科 正会員 紅露 一寛

1. はじめに

列車走行による鉄道軌道の動的応答特性の把握は、列車の乗り心地の改善や地盤振動の低減、軌道破壊の抑制などの観点から非常に重要となる。さらに、軟弱地盤上の高速列車走行では、輪重応答が大きくなることが知られている¹⁾。そのため、地盤剛性も考慮した、走行荷重に対する軌道系の動的応答の評価が有用な知見を与える。

走行荷重下での軌道振動解析では、レールを有限要素や Green 関数²⁾により表現する手法が広く用いられている。しかしこの場合、軌道構造に打ち切り端が存在する有限長モデルが用いられることとなり、減衰を適切に設定したとしても、定常解に十分近い結果を得るために必要とされる軌道区間長の設定には曖昧さが残る。これに対し、はりのたわみの表現に Fourier 級数を用いた、走行車輪・軌道連成系の定常応答解析法³⁾の構築が検討された。ただし、この解析では道床以下を剛体とし、主にレール・まくらぎから構成される軌道部のみのモデル化を採用している。そこで本研究では、文献³⁾と同様の手順により定常問題を導出し、さらにまくらぎ接地点における地盤剛性を表現するインピーダンス⁴⁾を走行車輪・軌道連成系の方程式に組み込み、地盤も考慮した定常応答の定式化を導く。また地盤剛性や車輪走行速度などが、定常応答に及ぼす影響について調べる。

2. 連成系のモデル化

図 1 のように半無限地盤上に軌道パッドが離散的に配置され、無限長レールを支持している軌道を対象とする。その上を車輪が一定速度 c で移動する問題を考える。地盤は二次元平面ひずみ場で与え、減衰を複素剛性 $G_g^* = (1 + 2i\alpha)G_g$ により与える。なお、 G_g は地盤のせん断弾性係数、 α は履歴減衰定数である。図 1 より、レールに作用する力は、車輪との接触力 $F^w(t)$ とまくらぎ反力 $F_i^s(t)$ (i はまくらぎの番号) から成る。

レールを Timoshenko ばりでモデル化すると、その運動方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} GAK \frac{\partial}{\partial x} \left(\psi - \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= F^w(t) \delta(x - ct) \\ &\quad - \sum_i F_i^s \left(t - \frac{L}{c} \right) \delta(x - iL), \\ GAK \left(\psi - \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - EI \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

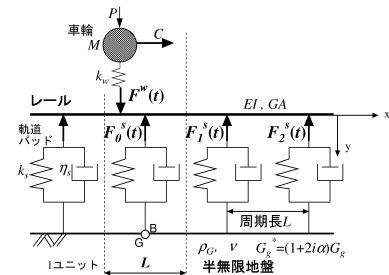


図 1 移動荷重が作用する周期軌道系モデル

ここで、 x はレール軸方向の座標、 t は時刻、 $u(x, t)$ はレールのたわみ、 $\psi(x, t)$ はレール断面の回転角、 ρ は質量密度、 A は断面積、 I は断面二次モーメント、 G はせん断弾性係数、 K はせん断係数、 E はヤング率、 $\delta(x)$ は Dirac のデルタ関数である。

式 (1) の Fourier 変換は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} GAK \frac{\partial}{\partial x} \left(\hat{\psi} - \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} \right) - \rho A \omega^2 \hat{u} &= \frac{1}{c} F^w \left(\frac{x}{c} \right) e^{-i\omega \frac{x}{c}} \\ &\quad - \hat{F}_0^s \sum_i e^{-i\omega \frac{iL}{c}} \delta(x - iL), \\ GAK \left(\hat{\psi} - \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} \right) - \rho I \omega^2 \hat{\psi} - EI \frac{\partial^2 \hat{\psi}}{\partial x^2} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $(\hat{\cdot})$ は Fourier 変換後の値である。

$\tilde{x} (|\tilde{x}| \leq L/2)$ において、 $F^w(t)$ を Fourier 級数により次のように表現する。

$$F^w \left(\frac{\tilde{x}}{c} \right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n^w e^{i \frac{2n\pi}{L} \tilde{x}} \quad (3)$$

ここで、 $F_n^w = 1, F_m^w = 0 (m \neq n)$ に対する式 (3) の解を $\hat{u}_n, \hat{\psi}_n$ とおく。 $\tilde{x}$ における解の周期性を考慮し、次の様に解を与える。

$$\begin{aligned} \hat{u}_n(\tilde{x}, \omega) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m^n(\omega) e^{i \left(\frac{2m\pi}{L} - \frac{\omega}{c} \right) \tilde{x}}, \\ \hat{\psi}_n(\tilde{x}, \omega) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_m^n(\omega) e^{i \left(\frac{2m\pi}{L} - \frac{\omega}{c} \right) \tilde{x}} \end{aligned} \quad (4)$$

式 (3), (4) を (2) に代入すると、係数 a_m^n は最終的に、次の様に導出される。

$$\begin{aligned} a_m^n &= \frac{1}{cX_n} \cdot \{ \delta_{nm} - \\ &\quad \frac{1}{X_n} \cdot \frac{k_G(k_s + i\omega\eta_s)}{L(k_G + k_s + i\omega\eta_s) + k_G(k_s + i\omega\eta_s) \sum \frac{1}{X_l}} \} \end{aligned} \quad (5)$$

X_m は、レールの物性値を含んだ、 ω の関数である。

ここで、まくらぎ位置の地盤インピーダンス k_G は未知量であるため、次にこれを求める。

Key Words: レール, 半無限地盤, 走行車輪, 定常応答

連絡先: 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地 TEL 025 (262) 7028 FAX 025 (262) 7021

地盤インピーダンスの導出方法は文献⁴⁾と同様に、半無限地盤の波動問題にまくらぎ間隔の周期性を課して求める。詳しい導出方法は、紙面の制約上省略する。

$u_n(\tilde{x}, t)$ および $\psi_n(\tilde{x}, t)$ は、それぞれ $\hat{u}_n, \hat{\psi}_n$ の逆 Fourier 変換により求める。例えば、 $\hat{u}_n$ の逆 Fourier 変換は、次により与えられる。

$$u_n(\tilde{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}_n(\tilde{x}, \omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (6)$$

式 (3), (4) より、車輪直下のたわみ応答 $u^b(t)$ は、 u_n^b より次式で与えられる。

$$u^b(t) = \sum_n F_n u_n^b = \sum_n \sum_m F_n A_m^n e^{i \frac{2m\pi}{L} ct} \quad (7)$$

ここで、 A_m^n は $a_m^n(\omega)$ の逆 Fourier 変換である。

式 (7) より、 F_n が最終的な未知係数となるが、これは既往の解法³⁾と同様に、車輪との連成系の運動方程式より求める。最終的に未知量 F_n に関する無限連立方程式を得る。

$$w_0 = \frac{P}{k_w} + \sum_n F_n A_0^n, \quad (8)$$

$$\left[1 - \frac{k_w}{M} \left(\frac{L}{2m\pi c}\right)^2\right] F_m + k_w \sum_{n \neq 0} F_n A_m^n = -k_w P A_m^0 \quad (m \neq 0)$$

実際の解析では、式 (8) を有限項で打ち切って解き、さらにレールたわみや車輪接触力を求める。

3. 解析条件

図 1 に示す無限軌道系を解析対象とする。軌道の上載荷重は、1 車両の重量を 1 車輪あたりに換算した値に基づき、 $P=68600\text{N}$ (上載荷重+輪重)と設定した。車輪ばね下重量 $M=350\text{kg}$ 、接触ばね $k_w=2\text{GN/m}$ とする。支持間隔は $L=0.6\text{m}$ 、パッドは Voigt モデルで与え、パッドのバネ定数、減衰定数はそれぞれ $k_s=110\text{MN/m}$ 、 $\eta_s=1.1\text{MN}\cdot\text{s/m}$ と設定した。地盤の履歴減衰定数は $\alpha=0.05$ (5 %減衰)、質量密度とポアソン比はそれぞれ 1700kg/m^3 、0.3 で与えた。レールに関する解析条件を表 1 に示す。逆 Fourier 変換の際の、積分域は $|\omega|=3000\text{Hz}$ で打ち切り、Fourier 級数項は精度を確認の上 $|n| \leq 25$ 項として解析を行った。また、地盤インピーダンス k_G を解析する際の周波数域は、地盤・軌道連成系に存在する波動伝播モードのカットオフ周波数を考慮し検討した。具体的には文献⁴⁾の解析結果を参考に、地盤のせん断波速度 $V_s=100\text{m/s}$ の場合では $|\omega|=30\text{Hz}$ 、 $V_s=500\text{m/s}$ では $|\omega|=150\text{Hz}$ まで、それ以降の周波数域では地盤を剛体とした場合の定式に従い、定常応答解析を行った。

4. 解析結果

まず、本手法の妥当性を確認する目的で、地盤のせん断波速度 $V_s=500\text{m/s}$ として、十分に剛な地盤を設定した場合の結果と、地盤を剛とした既往の手法による解析を比較したものを図 2 に示す。走行速度は 30, 70, 100m/s の 3 ケース設定して解析し、車輪接触力(上側)とレールたわみ(下

表 1 レールの諸元³⁾

質量密度 (kg/m^3)	7880
断面積 (10^{-4}m^2)	77.5
ヤング率 (GPa)	206
ポアソン比	0.33
断面二次モーメント (10^{-5}m^4)	3.09
せん断係数	0.44

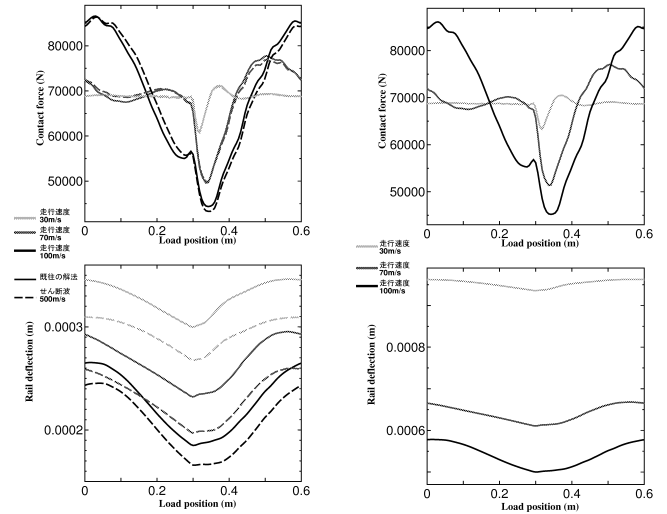


図 2 既往の解法との比較

図 3 地盤剛性 $V_s=100\text{m/s}$ の場合の解析結果

側) を図示した。レールたわみの絶対値自体には一様な差が認められるものの、既往の手法と同傾向の解析結果が得られている。特に車輪接触力においては、高速走行時における接触力の著大化の様子が良好に再現されており、妥当性が確認できる。

次に、地盤の波動伝播速度を $V_s=100\text{m/s}$ と低く設定し、上述と同様の走行速度 3 ケースを解析した結果を図 3 に示す。文献⁴⁾より、当該の軌道・地盤連成系における伝播波動モードの分散曲線は、地盤の Rayleigh 波速度と V_s との間の傾きをとり、30Hz 前後で消滅する。そのため、本来走行速度が 100m/s 前後において卓越応答が得られる可能性があり、Winkler バネにより連続支持された軌道モデルではそれと符合する結果が得られている¹⁾。しかし本解析では、速度増加に伴う輪重変動の増幅は認められるものの、剛な地盤の場合と有意な差は認められない。離散支持された軌道上を走行する車輪の定常応答では、輪重がまくらぎ間隔に同期して変動するため、それに相当する周波数分だけ波数-周波数空間の荷重走行線が軌道・地盤連成系の分散曲線より高周波数側にシフトする。そのため、応答の増幅が発生しなかったものと考えられる。

参考文献

- 1) Sheng, X., Jones, C.J.C. and Thompson, D.J.: A theoretical study on the influence of the track on train-induced ground vibration, J. Sound Vib., 272, 909-936, 2004.
- 2) 阿部和久, 古田勝: 時間域積分表現式による軌道振動解析法, 構造工学論文集, 43A, 365-372, 1997.
- 3) 佐成屋淳, 阿部和久, 紅露一寛: 走行車輪と軌道系の定常連成応答解析, 計算数理工学論文集, 9, 61-66, 2009.
- 4) 高野祐紀, 阿部和久, 紅露一寛: 無限長軌道と半無限地盤との連成加振応答解析, 計算数理工学論文集, 10, 63-68, 2010.