

自由表面流れ解析における安定化 ISPH 法の精度検証

中央大学
中央大学
九州大学学生員 ○ 原田 悠里
正会員 檜山 和男
正会員 浅井 光輝

1. はじめに

砕波等を伴う自由表面流れの解析手法として、粒子法¹⁾が注目されている。粒子法は、連続体を有限個の粒子によって模擬するもので、各粒子は速度・圧力といった物理量を保持しながら移動するため、連続体の挙動をメッシュを用いることなく粒子の運動で表現できる。一方、粒子法の問題点としては、粒子分布によって密度(粒子数密度)が大きく変動するため、これに伴い、圧力値が振動を起こす点が挙げられる。

本研究では、非圧縮性粘性流体解法として提案された安定化 ISPH(Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics) 法²⁾を取り上げ、その精度検証を行なうことを目的とし、安定化に用いる緩和パラメータ及び、粒子間隔の差異による計算結果の影響について検討を行う。なお、数値解析例として、ダムブレイク問題を取り上げる。

2. SPH 法の概要

(1) 支配方程式と SPH 法による離散化

本手法における支配方程式は、非圧縮性粘性流体に対する Navier-Stokes 運動方程式と連続式を用いる。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho^0} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{u}$ は流速、 P は圧力、 ρ^0 は初期密度、 ν は動粘性係数、 $\mathbf{g}$ は物体力である。

SPH 法は、粒子上(計算点)に解くべき物理量を与え、影響範囲内に空間分布する粒子をカーネル関数 W により補間することで、物理量の算定を行う。すなわち、粒子 i 付近の粒子群 j における粒子質量、粒子密度をそれぞれ m_j 、 ρ_j とすると、物理量 $\phi(\mathbf{x}_i)$ を、

$$\phi(\mathbf{x}_i, t) \approx \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} W(x_{ij}, h) \phi_j(\mathbf{x}_j, t) \quad (3)$$

として近似する。ここで、 h は影響半径を表す。同様に、空間微分に関する項も次式を用いて粒子近似できる。

$$\nabla \phi(\mathbf{x}_i) \approx \rho_i \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\phi_j}{\rho_j^2} + \frac{\phi_i}{\rho_i^2} \right) \nabla W(x_{ij}, h) \quad (4)$$

関数分布の仮定を図-1に示す。

(2) 圧力ポアソン方程式

安定化 ISPH 法は、浅井らによって提案され²⁾、圧力ポアソン方程式を解く際に、瞬間的な密度誤差による圧力値の

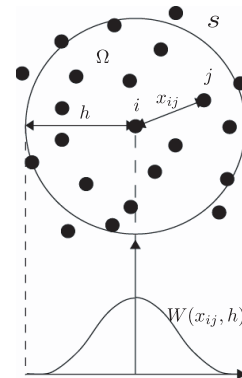


図-1 関数分布の仮定

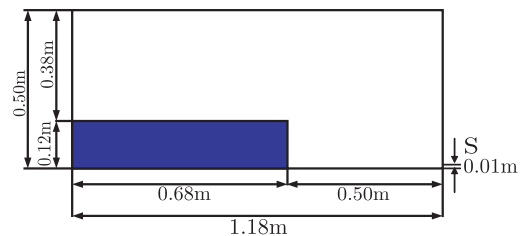


図-2 初期条件

振動を緩和パラメータによって微修正するという手法である。安定化を施したポアソン方程式を以下に示す。

$$\nabla^2 P_i^{n+1} = \rho^0 \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}_i^*}{\Delta t} + \alpha \frac{\rho_i^0 - \rho_i^n}{\Delta t^2} \quad (5)$$

ここで、第一項は速度発散ゼロ条件を表し、第二項は緩和された密度一定条件を表す。式中の初期密度 $\rho^0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ で、 α は緩和パラメータを表し、0~1までの値をとる。

3. 数値解析例

数値解析例として、粒子間隔及び緩和パラメータを変えた3次元ダムブレイク解析を行い、胡ら³⁾による実験値と比較する。初期条件を図-2に示す。静止状態の水柱は、幅:0.68m、高さ:0.12m、奥行き:0.12mを考える。水槽の右側の高さ0.01mの点Sに圧力センサーを設置し、圧力の計測を行った。境界壁面の境界条件は no-slip 条件を課す。初期粒子間隔は0.005, 0.01, 0.015(m)の3ケースとし、微小時間増分量 Δt は0.001sとする。

図-3は、初期の粒子間隔を0.005mと固定し、緩和パラメータの違いによる点Sでの圧力の計算結果を比較したものである。図より、緩和パラメータの値により圧力値が大きく変化し、その値を小さくすると、体積減少が影響に

KeyWords: 自由表面流れ, ISPH 法, 緩和パラメータ

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: yuri.h@civil.chuo-u.ac.jp

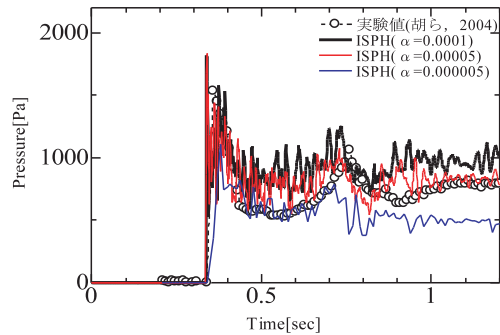


図-3 緩和パラメータの影響 (粒子間隔 0.005m)

表れ圧力値が過小となることが分かる．次に粒子間隔と緩和パラメータの関係を調べるために，粒子間隔を 0.005m, 0.010m, 0.015m とし，緩和パラメータを変化させて計算し，点 S での圧力に関する実験値との相対誤差 (0.37s から 1.2s までの平均) を示したものが図-4 である．図より，粒子間隔と最適な緩和パラメータには相関関係が見られ，粒子間隔を小さくすると，緩和パラメータも小さくなるのが分かる．また，図-4 より誤差の平均値を最小とする緩和パラメータは明確に決定できないため，圧力ピーク値の計算結果の比較を行うことで，最終的に最適なパラメータを決定した．その結果，粒子間隔が 0.005m, 0.010m, 0.015m の場合において，それぞれの最適な緩和パラメータは，0.00003, 0.0003, 0.015 付近となった．以上の結果より得られた最適なパラメータを用いて計算した結果が，図-5 である．このときの圧力ピーク値の相対誤差は，それぞれ 8%，11%，32% となった．これより，粒子間隔が細かい場合には粗い場合と比べて，圧力ピーク値の精度が良いことが分かる．図より，粒子間隔に応じた最適な緩和パラメータを用いることで，いずれの場合も実験値と概ね良い一致を示すことがわかる．なお，このときの粒子間隔 0.005m の結果を図-6 に示す．カラー表示は圧力分布を示している．これより圧力値の数値振動が少なく，流体形状も良好であることが確認できる．

4. おわりに

本研究では，安定化 ISPH 法の精度検証を行なうことを目的とし，安定化に関する緩和パラメータ及び，粒子間隔の差異による計算結果の影響について検討を行った．その結果，粒子間隔と最適な緩和パラメータに相関関係があることが明らかとなった．今後は，その他の問題に対しても精度検証を行うことにより，最適な緩和パラメータと粒子間隔の関係について検討を行う予定である．

参考文献

- 1) E-S. Lee ら, Comparisons of weakly compressible and truly incompressible algorithms for the SPH mesh free particle method. Journal of Computational Physics, 227(18), 2008
- 2) 林 高德: 安定化 ISPH 法と有限要素法による流体・構造連成解析, 九州大学大学院修士論文, 2011
- 3) 胡 長洪, 柏木 正: CIP 法を用いた強非線形波・浮体相互作用の数値計算, 九州大学応用力学研究所研究集会報告, 2003

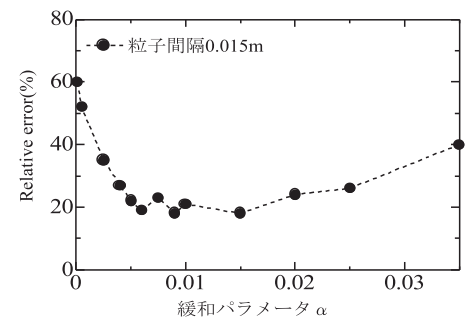
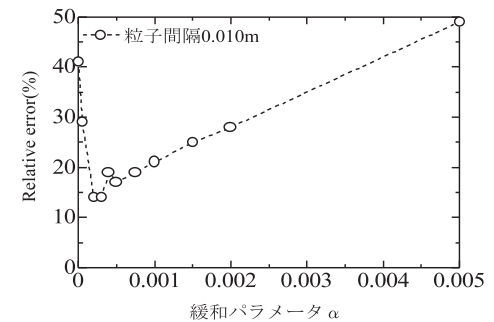
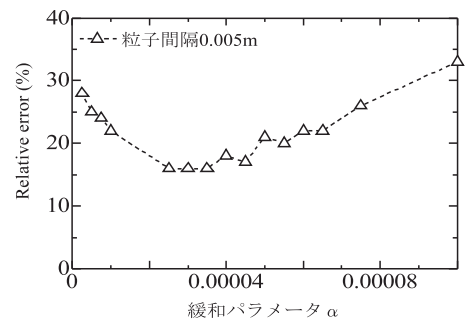


図-4 実験値との相対誤差

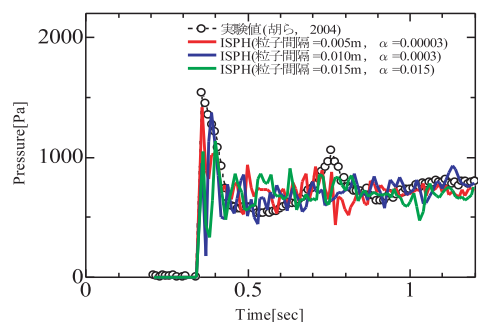


図-5 最適な緩和パラメータを用いた場合の結果

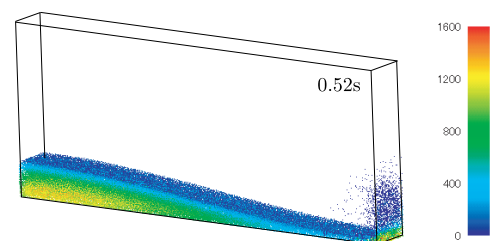


図-6 流体領域形状 (粒子間隔 0.005m)